



This is a digital copy of a book that was preserved for generations on library shelves before it was carefully scanned by Google as part of a project to make the world's books discoverable online.

It has survived long enough for the copyright to expire and the book to enter the public domain. A public domain book is one that was never subject to copyright or whose legal copyright term has expired. Whether a book is in the public domain may vary country to country. Public domain books are our gateways to the past, representing a wealth of history, culture and knowledge that's often difficult to discover.

Marks, notations and other marginalia present in the original volume will appear in this file - a reminder of this book's long journey from the publisher to a library and finally to you.

### Usage guidelines

Google is proud to partner with libraries to digitize public domain materials and make them widely accessible. Public domain books belong to the public and we are merely their custodians. Nevertheless, this work is expensive, so in order to keep providing this resource, we have taken steps to prevent abuse by commercial parties, including placing technical restrictions on automated querying.

We also ask that you:

- + *Make non-commercial use of the files* We designed Google Book Search for use by individuals, and we request that you use these files for personal, non-commercial purposes.
- + *Refrain from automated querying* Do not send automated queries of any sort to Google's system: If you are conducting research on machine translation, optical character recognition or other areas where access to a large amount of text is helpful, please contact us. We encourage the use of public domain materials for these purposes and may be able to help.
- + *Maintain attribution* The Google "watermark" you see on each file is essential for informing people about this project and helping them find additional materials through Google Book Search. Please do not remove it.
- + *Keep it legal* Whatever your use, remember that you are responsible for ensuring that what you are doing is legal. Do not assume that just because we believe a book is in the public domain for users in the United States, that the work is also in the public domain for users in other countries. Whether a book is still in copyright varies from country to country, and we can't offer guidance on whether any specific use of any specific book is allowed. Please do not assume that a book's appearance in Google Book Search means it can be used in any manner anywhere in the world. Copyright infringement liability can be quite severe.

### About Google Book Search

Google's mission is to organize the world's information and to make it universally accessible and useful. Google Book Search helps readers discover the world's books while helping authors and publishers reach new audiences. You can search through the full text of this book on the web at <http://books.google.com/>



## A propos de ce livre

Ceci est une copie numérique d'un ouvrage conservé depuis des générations dans les rayonnages d'une bibliothèque avant d'être numérisé avec précaution par Google dans le cadre d'un projet visant à permettre aux internautes de découvrir l'ensemble du patrimoine littéraire mondial en ligne.

Ce livre étant relativement ancien, il n'est plus protégé par la loi sur les droits d'auteur et appartient à présent au domaine public. L'expression "appartenir au domaine public" signifie que le livre en question n'a jamais été soumis aux droits d'auteur ou que ses droits légaux sont arrivés à expiration. Les conditions requises pour qu'un livre tombe dans le domaine public peuvent varier d'un pays à l'autre. Les livres libres de droit sont autant de liens avec le passé. Ils sont les témoins de la richesse de notre histoire, de notre patrimoine culturel et de la connaissance humaine et sont trop souvent difficilement accessibles au public.

Les notes de bas de page et autres annotations en marge du texte présentes dans le volume original sont reprises dans ce fichier, comme un souvenir du long chemin parcouru par l'ouvrage depuis la maison d'édition en passant par la bibliothèque pour finalement se retrouver entre vos mains.

## Consignes d'utilisation

Google est fier de travailler en partenariat avec des bibliothèques à la numérisation des ouvrages appartenant au domaine public et de les rendre ainsi accessibles à tous. Ces livres sont en effet la propriété de tous et de toutes et nous sommes tout simplement les gardiens de ce patrimoine. Il s'agit toutefois d'un projet coûteux. Par conséquent et en vue de poursuivre la diffusion de ces ressources inépuisables, nous avons pris les dispositions nécessaires afin de prévenir les éventuels abus auxquels pourraient se livrer des sites marchands tiers, notamment en instaurant des contraintes techniques relatives aux requêtes automatisées.

Nous vous demandons également de:

- + *Ne pas utiliser les fichiers à des fins commerciales* Nous avons conçu le programme Google Recherche de Livres à l'usage des particuliers. Nous vous demandons donc d'utiliser uniquement ces fichiers à des fins personnelles. Ils ne sauraient en effet être employés dans un quelconque but commercial.
- + *Ne pas procéder à des requêtes automatisées* N'envoyez aucune requête automatisée quelle qu'elle soit au système Google. Si vous effectuez des recherches concernant les logiciels de traduction, la reconnaissance optique de caractères ou tout autre domaine nécessitant de disposer d'importantes quantités de texte, n'hésitez pas à nous contacter. Nous encourageons pour la réalisation de ce type de travaux l'utilisation des ouvrages et documents appartenant au domaine public et serions heureux de vous être utile.
- + *Ne pas supprimer l'attribution* Le filigrane Google contenu dans chaque fichier est indispensable pour informer les internautes de notre projet et leur permettre d'accéder à davantage de documents par l'intermédiaire du Programme Google Recherche de Livres. Ne le supprimez en aucun cas.
- + *Rester dans la légalité* Quelle que soit l'utilisation que vous comptez faire des fichiers, n'oubliez pas qu'il est de votre responsabilité de veiller à respecter la loi. Si un ouvrage appartient au domaine public américain, n'en déduisez pas pour autant qu'il en va de même dans les autres pays. La durée légale des droits d'auteur d'un livre varie d'un pays à l'autre. Nous ne sommes donc pas en mesure de répertorier les ouvrages dont l'utilisation est autorisée et ceux dont elle ne l'est pas. Ne croyez pas que le simple fait d'afficher un livre sur Google Recherche de Livres signifie que celui-ci peut être utilisé de quelque façon que ce soit dans le monde entier. La condamnation à laquelle vous vous exposeriez en cas de violation des droits d'auteur peut être sévère.

## À propos du service Google Recherche de Livres

En favorisant la recherche et l'accès à un nombre croissant de livres disponibles dans de nombreuses langues, dont le français, Google souhaite contribuer à promouvoir la diversité culturelle grâce à Google Recherche de Livres. En effet, le Programme Google Recherche de Livres permet aux internautes de découvrir le patrimoine littéraire mondial, tout en aidant les auteurs et les éditeurs à élargir leur public. Vous pouvez effectuer des recherches en ligne dans le texte intégral de cet ouvrage à l'adresse <http://books.google.com>

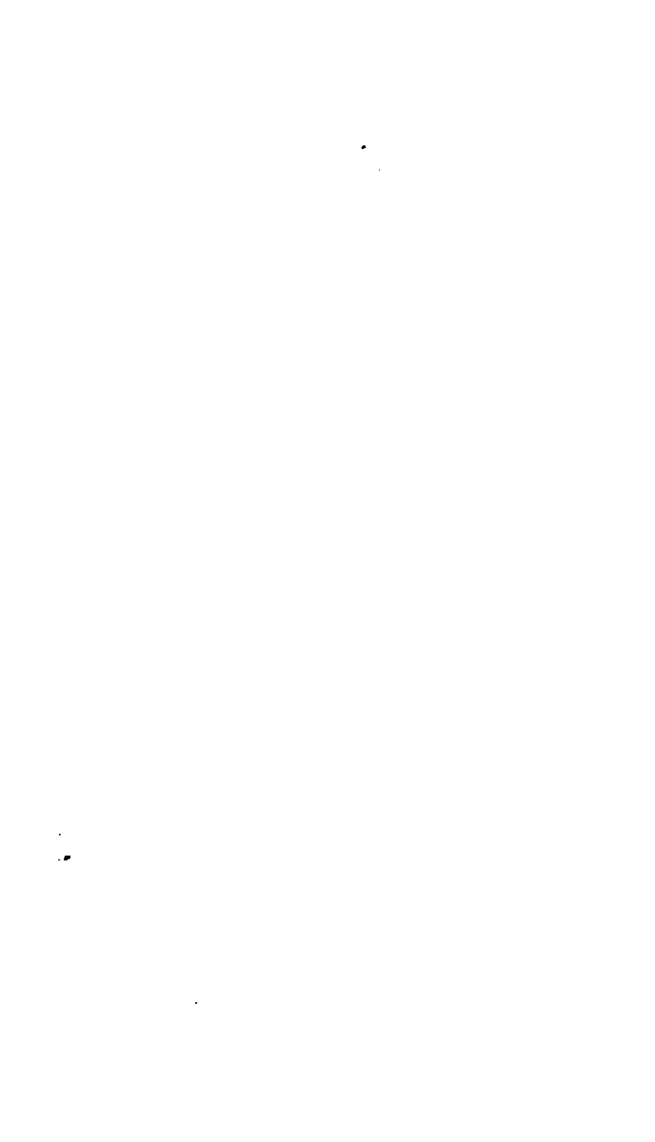














~~\_\_\_\_\_~~

PTBP

~~69~~



# ENCYCLOPÉDIE-RORET.

---

## STATIQUE

ET

## HYDROSTATIQUE,

Par A. D. VERGNAUD.



MANUELS-RORET.

---

NOUVEAU MANUEL

DE

**MÉCANIQUE**

APPLIQUÉE A L'INDUSTRIE.

---

*PREMIÈRE PARTIE.*

**STATIQUE ET HYDROSTATIQUE**

D'APRÈS MOSELEY.

PAR A. D. **Vergnaud,**

Ancien Élève de l'école polytechnique, Capitaine d'artillerie,  
Membre de la Légion-d'Honneur.

---

*Ouvrage orné de figures.*



PARIS,

A LA LIBRAIRIE ENCYCLOPÉDIQUE DE RORET,  
RUE HAUTEFEUILLE, N<sup>o</sup> 10 BIS.

1838.

ANALYSIS - REPORT

QUESTIONS ANSWERED

RECAPITULATION

THEORY AND PRACTICE

OF THE ART OF WRITING

THEORY AND PRACTICE

OF THE ART OF WRITING

THEORY AND PRACTICE

NEW YORK

1840

NEW YORK

1840

THEORY AND PRACTICE

OF THE ART OF WRITING

1840

## PRÉFACE.

---

Le volume de mécanique théorique par M. Terquem donnant à ceux qui veulent approfondir la partie mathématique de la science toutes les explications désirables, j'y renvoie le lecteur afin d'éviter des répétitions et une discussion fastidieuse.

Ici l'auteur a voulu surtout se faire comprendre des industriels ; ce volume contient la statique et l'hydrostatique, c'est-à-dire toute la théorie de l'équilibre. C'est un ouvrage à l'usage de ceux qui ne savent pas les mathématiques, ou qui goûtent peu la sécheresse d'une lecture purement mathématique. Les principes théoriques de la statique sont établis dans les trois premiers chapitres ; les autres chapitres renferment quelque chose de plus que la simple application pratique de ces principes.

Malheureusement il est impossible de distribuer un ouvrage de science de manière à ce que les commencemens en soient ce qu'il y a de plus aisé, et les trois premiers chapitres paraîtront peut-être au lecteur plus difficiles que tout le reste de l'ouvrage. Cependant une parfaite connaissance des principes élémentaires que renferment ces trois chapitres est une introduction nécessaire à toute partie pratique de la science de la mécanique.

La considération du poids entre dans toute question pratique d'équilibre, car la masse tenue en équilibre, quelles que soient d'ailleurs les forces appliquées, est nécessairement soumise à l'action de la force de gravité.

Le premier chapitre de cet ouvrage traite donc de l'*in-*  
*Mécanique industrielle, 1<sup>re</sup> part.* \*

fluence du poids agissant sur chaque portion de la masse d'un corps, dans les conditions de son équilibre, et des propriétés de son centre de gravité par lequel on peut supposer qu'agit un poids quelconque dans toutes les positions du corps.

Il n'y a guère de cas d'équilibre où l'on ne doive compter parmi les forces composantes, deux ou plusieurs résistances des surfaces du corps en contact. La question de ces résistances forme le sujet du cinquième chapitre, qui s'y trouve traité d'une manière entièrement neuve.

On y fait voir que la force appliquée à la surface d'un corps par l'intervention de la surface d'un autre corps, est détruite, quelque grande qu'elle soit, pourvu que sa direction s'établisse *en dedans* d'un certain cône droit, ayant son sommet au point de contact, et son axe perpendiculaire aux surfaces qui s'y touchent; mais que cette force *n'est pas* détruite, quelque petite qu'elle soit, pourvu que sa direction s'établisse *en dehors* de ce cône.

C'est à l'aide de cette propriété qu'on peut tenir compte du frottement, comme on l'appelle d'ordinaire; — mais le frottement n'est, en réalité, pas autre chose que la différence entre la résistance d'une surface telle que la nature la présente dans une direction quelconque, et la résistance *hypothétique* suivie dans une direction normale seulement; hypothèse introduite dès l'enfance de la statique pour en faciliter les premiers corollaires, et que l'on a conservée fort étrangement comme principe d'équilibre.

La nature et les propriétés des forces, d'où résulte ordinairement l'équilibre des corps matériels, étant établies, les huit chapitres suivans en offrent l'application au plan incliné, au coin, au levier, à la roue avec son essieu, à vis avec son écrou, et à la poulie, que l'on désigne sous le nom de machines.



Les quatorzième et quinzième chapitres comprennent la théorie de l'équilibre des systèmes de forme variable. On y voit que les conditions d'équilibre d'un système rigide sont *nécessaires*, mais non pas *suffisantes* pour l'équilibre du même système, quand il peut admettre une variation de forme. On déduit de ce principe certaines conditions d'équilibre des polygones, des chassis de tringies, cordes et balles; enfin l'équilibre des corps en contact, formant une arche.

Le seizième chapitre renferme la discussion de la théorie du docteur Young sur la force des matériaux, avec une table des mesures d'élasticité et d'extension.

On trouvera, dans le dix-huitième chapitre, la célèbre démonstration du principe des forces virtuelles, par Lagrange, mise à la portée de l'intelligence de tous les lecteurs.

Le dix-neuvième chapitre comprend la théorie des résistances et une démonstration du nouveau principe de dernière résistance, ce qui complète les théories de la statique.

La théorie de l'hydrostatique, ou l'équilibre des corps *fluides*, offre en dernier lieu l'équilibre d'un système de forme variable. Chaque portion d'une telle masse fluide en équilibre est sujette aux mêmes conditions que si elle était solide, et en outre à celles qui résultent de sa fluidité. C'est sur ce principe que repose toute la théorie de l'hydrostatique, dont le premier chapitre renferme la discussion du principe de la distribution égale de la pression fluide; dans le second on trouve les conditions de l'équilibre d'un fluide pesant; dans le troisième, la pression oblique d'un fluide pesant, les formes des chaussées, le centre de pression, etc.

Le quatrième chapitre traite de l'équilibre des corps flottans; le cinquième, de la pesanteur spécifique et des instrumens en usage pour la déterminer.

Le dernier chapitre traite de la science pneumatique de l'équilibre des fluides élastiques, avec les instruments hydrauliques qui en dépendent.

On a d'ailleurs essayé partout d'appliquer les principes exacts de la science à des questions d'application dans les arts, et d'en mettre la discussion à la portée de la classe intelligente et utile des ouvriers et des artisans.

---

# TABLE

## PAR ORDRE DE MATIÈRES.

---

	<i>Pages.</i>
on.	1
<b>STATIQUE.</b>	
I <sup>er</sup> — Définition de la force. — 2. Sa direction. — effet, le même en quelque point de sa direction qu'on e. — 4. Equilibre de forces. — 5. Egalité de forces. Unité de forces. — 10. Mesure de forces. — 14. Représentation de forces, en quantité et en direction, par des lignes. — 18. Parallélogramme des forces. — 19. Forces résultantes composantes. — 20. Résolution et composition de — 21, 22. Equilibre de trois forces, agissant sur une glide. — 23. Application du parallélogramme des forces.	21
II. — 32 Equilibre d'un nombre quelconque de forces agissant à un point. — 33. Polygone des forces. — 34. Exemple polygone des forces.	34
III. — Equilibre d'un nombre quelconque de forces, agissant à différents points d'un corps, mais agissant toutes sur le même plan.	36
IV. — 47. Equilibre des forces parallèles. — 49. Si elles agissent toujours leur PARALLÉLISME dans toutes les positions, le corps auquel elles sont appliquées, leur résultante passe par le MEME POINT du système. — 51. Centre de gravité. — 54. Méthode expérimentale pour le déterminer. — 55, 56. Principes de centre de gravité.	42
V. Résistance d'une surface non exclusivement suivant une direction perpendiculaire à cette surface. — Frottement. — Angle limite de résistance. — Exemples.	52
VI. — Plan incliné. — 79. Equilibre d'une masse placée sur un plan incliné et qui n'est supportée par rien autre que la réaction du plan. — 80. Equilibre d'une masse supportée en partie par une force agissant suivant une direction quelconque. — 81. La meilleure direction de cette force pour qu'elle donne le point de donner du mouvement à la masse supérieure. — 83. Equilibre d'un cylindre sur un plan incliné, indéformable, du frottement. — La roue de voiture.	58

**CHAPITRE VII. — Plan incliné mobile. — Circonstances d**  
**quelles il est sur le point de glisser sur une masse qui e**  
**sée contre lui par des forces données. — 87 Le coin. —**  
**angle ne doit pas excéder l'angle limite de résistance.**  
**Circonstances dans lesquelles le coin ne peut être enl**  
**aucune pression de la masse dans laquelle il est enfoncé**  
**dos. — Exemple de l'emploi du coin.**

**CHAPITRE VIII. — Levier. — 95 Condition de son équilib**  
**96. Réaction de son point d'appui. — 97. Applications re**  
**vier. — 99. Effet du poids du levier. — 100. Balance re**  
**— 101. Peson. — 102 Balance danoise. — 103. Balanc**  
**naire. — 104. Balance dont on se sert pour déterminer l**  
**de poids. — 105. Balance à levier courbé. — 106. Levier**  
**posés. — 107. Machine à peser ou bascule. — 108. Poin**  
**pui d'un levier. — 109 Axe d'un levier. — 110 Roue de vo**

**CHAPITRE IX. — 111. Irrégularités dans l'action de la force a**  
**à l'extrémité d'un levier, dont la direction passe toujo**  
**le même point. — Moyen d'y remédier. — 112. La roue**  
**essieu. — 114. Modification de la roue et de l'essieu, de n**  
**que la puissance puisse s'accroître indéfiniment. — 1**  
**Treuil. — 117. Le Cabestan. — 118. Roues marche-p**  
**120. Roues mues par des chevaux qui marchent dessus.**  
**Fusées.**

**CHAPITRE X. — 122. Système de Roues dentées, modifia**  
**leviers composés. — 124. Conditions d'équilibre d'un s**  
**de roues dentées. — 125. Le frottement va en diminuan**  
**on diminue la grandeur des dents.**

**CHAPITRE XI. — 127 La manivelle. — 129 L'excentrique.**  
**Le levier de la presse Stanhope. — 131. Le renvoi de**  
**ment.**

**CHAPITRE XII. — Théorie de la vis. — Vis de rappel. —**  
**micromètre. — Vis sans fin. — Vis conique. — Vis Hun**

**CHAPITRE XIII. — 141. Flexibilité. — 142. Tension. — 143**  
**tement d'une corde. — 144. Poulie. — 145. Simple**  
**fixe. — 147. Simple poulie mobile. — 148. Moufle es**  
**— 150 Premier système de poulies. — 151 Second syst**  
**poulies. — 152. Combinaison des deux systèmes. — 153**  
**lie Sméaton. — 157. Poulie White.**

**CHAPITRE XIV. — 158. Les conditions d'un système rigi**  
**nécessaires, mais non suffisantes à l'équilibre d'un syst**  
**forme variable. — 162. Le polygone de verges suspend**  
**164. La chaînette. — 169. Le polygone de verges del**  
**472. Assemblage de verges ou de cordes. — 176. Rigid**  
**de charpente. — 179. Arches en bois.**

## DES MATIÈRES.

Xj

Pages.

§ XV. — 181. Equilibre de corps solides en contact. —  
l'Arche. — 186. La ligne de pression. — 189. Les points  
lure. --- 191. La chute de l'arche. — 192 Tassement de  
— 193 Voûte et dôme. — 194. Histoire de l'arche. 123

§ XVI.—197. Elasticité. — 199 Mode de détermination  
i d'élasticité, par la torsion. --- 201. Expériences prou-  
xistence de l'élasticité du plomb, et sa loi. — 203. Duc-  
— 204 Altération permanente de structure interne. —  
endue suivant laquelle la propriété de ductilité peut être  
pée. --- 208 Mesure de l'élasticité; module d'élasticité.  
Compression directe ou extension; la force perturba-  
nit être appliquée au centre de gravité de la section. —  
pression oblique ou extension. — 211 Axe neutre et 135  
neutre.

§ XVII. — 218 Stabilité des masses dont les bases sont  
aces planes. --- 219 Stabilité quand les bases sont des  
courbes. — 220 Quand la surface sur laquelle pose  
est une surface courbe. — 221 Sur des surfaces de non 154

§ XVIII. --- 226 Principe des vitesses virtuelles. 160

§ XIX. 233 Difficulté de déterminer mécaniquement la  
'une résistance statique. — 234 Théorie des résistances  
seul point résistant; — 235 pour deux points résistans;  
ir trois points résistans. — 238 Principe de dernière 167  
ce.

## HYDROSTATIQUE.

I<sup>er</sup> — 241 Définition d'un fluide. — 243 Distribution  
pression fluide. — 245 Presse hydrostatique. --- 247  
sion d'un fluide sur un corps solide est perpendiculaire  
face. --- 248 Composition et décomposition de la pres- 174  
sion.

II. — Equilibre d'un fluide pesant. 184

III. — 263 Pression oblique d'un fluide pesant. ---  
mes des vases contenant ce fluide. --- 266 Formes des bâ-  
x et vannes. --- 268 Centre de pression. --- 269 Valeur  
la pression sur une surface donnée. --- 272 Composi-  
técomposition de la pression d'un fluide pesant. — 273  
ssions horizontales sur un corps immergé dans un fluide  
issent l'une l'autre. — 274 Valeur de la pression horizon-  
279 Effet produit par l'ouverture d'une partie des parois  
se contenant un fluide. --- 281 Moulin à foulons. --- 282  
nent des fusées. 194

ij

## TABLE DES MATIÈRES.

CHAPITRE IV. --- 283 Le poids d'un corps flottant est égal du fluide qu'il déplace. --- 284 Son centre de gravité et la partie immergée sont dans la même verticale. --- 291 libre d'un prisme triangulaire ; --- 291 d'une pyramide. Stabilité des corps flottans ; équilibre stable, non stable, --- 296 Analogie remarquable entre les conditions d'équilibre d'un corps flottant et celles d'un corps supporté par un plan poli.

CHAPITRE V. --- 297 Gravité ou pesanteur spécifique. --- 299 Règle générale pour trouver les pesanteurs des corps solides. --- 300 Méthode pour trouver les pesanteurs pour trouver la pesanteur spécifique des fluides. --- 303 Balance hydrostatique. --- 303 Hydromètre de Sike. --- 307 Aéromètre de Fahrenheit. --- 309 de Nicholson. pesanteurs spécifiques.

## PNEUMATIQUE.

CHAPITRE I<sup>er</sup>. --- 311 Atmosphère. --- 317 Baromètre. --- 317 Syphon.

CHAPITRE II. --- 328 Elasticité de l'air prouvée --- 330 Son élasticité proportionnelle à sa densité. --- 332 La jauge. --- 333 Le condensateur. --- 334 La pompe d'épuisement. --- 337 La pompe pneumatique. --- 338 Expérience avec la pompe pneumatique. --- 343 Pompe levante. --- 347 Pompe à feu.

## APPENDICE.

## INTRODUCTION

### A L'ÉTUDE DES SCIENCES PHYSIQUES.

Il est essentiel au développement de l'énergie des principes de l'intelligence qui repose en nous, qu'une communication s'établisse entre cette intelligence et les existences matérielles extérieures. L'esprit ou l'âme immortelle est, dans notre état habituel, tellement dépendante de ses liens matériels, qu'elle serait incapable de manifester sa puissance, si elle n'était d'abord exercée, et en quelque sorte disciplinée par cette communication. Sans *données* aucunes, il n'y aurait *aucune* raison ; aucune mémoire, s'il n'y avait rien à se souvenir ; aucune imagination, s'il n'y avait aucune réalité. L'homme doué de tous les attributs de l'humanité pour- rait ne posséder aucune de ses énergies. Sa forme pourrait être privée de tous les élémens de pouvoir et de beauté ; le sang vi- vrait sans pouvoir circuler ; l'âme y pourrait occuper sa place sans pouvoir agir ; les sens, ses ministres, pourraient se trouver ran- gés autour d'elle, prêts à exécuter ses ordres ; mais s'il n'y avait pas d'objets extérieurs pour occuper ces sens, ou bien si le principe sensitif restait soit dans l'inaction, soit dans l'incapacité de fonctionner, alors le tout ne présenterait que l'aspect d'un repos semblable à la mort, d'un sommeil per- manent et sans rêve.

L'homme est pourvu, par ses organes des sens, de moyens pour une application illimitée et de l'adresse la plus exquise pour établir toute espèce de communication entre son intelligence et les objets extérieurs.

La main, par exemple, est capable d'un mouvement soit dans un point quelconque ; elle peut varier la quantité et la direction de ce mouvement ainsi que celles de sa pression de toutes les manières possibles ; l'habitude apprend à diriger ce pouvoir et cette direction, ainsi qu'à s'en rendre compte dans ses moindres détails. L'adresse manuelle acquise par les peintres, les sculpteurs, et les ouvriers en ton-

genres, n'est rien autre chose que l'application de la connaissance des effets des différens développemens de la forme du mécanisme de la main soigneusement mesurée dans les plus petites phases, tant pour la quantité que pour la direction et conservée dans la mémoire avec tous ses résultats. Il est au-delà du pouvoir de l'imagination de concevoir la variété et la complexité de ses opérations. L'une des plus simples est celle d'écrire; pourtant dans la formation de chaque caractère tracé, il y a certain développement délicat de force, variant de quantité et de direction, dont la main mesure la quantité, mesure la direction, dont la mémoire se souvient, et qu'on peut reproduire même sans l'aide des yeux.

La main sert de plus, comme une éprouvette, pour mesurer les degrés de dureté ou de mollesse des corps, et le poli de leur surface; comme une balance, pour comparer les poids; comme un thermomètre, pour indiquer leur température.

L'oreille apprécie les mouvemens des plus faibles molécules de cette forme de matière (l'air), qui est l'une des plus subtiles; les vibrations régulières de l'atmosphère, qu'elle sent mues par diverses vitesses, et produisent des sons distincts. L'œil note aussi les mouvemens des molécules plus délicates encore de la lumière, indiquant leurs diverses relations en variétés de couleurs.

Quelle délicatesse doit avoir ce mécanisme qui nous rend capables de mesurer la force des impulsions d'un corps si léger que l'on a peine à le concevoir, et si peu résistant qu'il ne peut le saisir; ces impulsions d'atomes incomparablement moindres que la particule la plus ténue de matière dont nous puissions reconnaître l'existence.

Exquis comme le sont les sens de l'ouïe et de la vue, osera-t-on dire qu'il y ait rien de superflu dans leur organisation?

Sans cette parfaite sympathie ainsi établie entre les organes de sensation et les fluides subtils d'air et de feu qui parcourent l'espace dans lequel nous existons, que nous voyons de forme distincte et tout ce que nous tendons de sons modulés, eût été perdu pour nous. Ce mécanisme moins parfait de l'œil, peut-être au lieu d'avoir la perception de la lumière, mais nous en est dépourvu, celle d'aucune des variétés de forme et de



l'apprécier les objets que nous regardons. Avec le moins parfait de l'oreille, peut-être aurions-nous été tout-à-fait privés de l'ouïe, mais toutes les variétés rapides et passagères du son articulé impossible, et nous n'eussions pu comprendre l'harmonie.

non-seulement les moyens d'établir cette communication sont essentiels à tout ce qui constitue son active existence, mais est irrésistiblement entraîné à faire usage de ces moyens et à lier cette communication; car les circonstances auxquelles il se trouve placé le forcent nécessairement à acquiescer les connaissances qu'il a les moyens d'ac-

quiescer est constitué de manière à ne jamais éprouver la satisfaction de la chose qu'il peut obtenir. Non, il est doué de sens qui lui permettent de distinguer les faibles différences des objets extérieurs, mais la perception qu'il obtient ainsi est accompagnée d'une également délicate et variée de plaisir ou de déplaisir. S'il est également *sensitif*, il se trouve sans cesse pressé par des besoins et sujet à des calamités que rien, dans le monde, ne s'offre de *soi-même* pour satisfaire ses vœux; jamais il n'est sans l'espoir de quelque bien, sans la crainte de quelque souffrance.

Le *sentiment apparent* de l'homme est le grand élément de sa supériorité intellectuelle et physique, surtout en ce qu'il le force à acquiescer ces *connaissances* dans lesquelles il découvre le secret de pourvoir à ses besoins.

La nature a réparti le bien-être des animaux inférieurs d'après les besoins peu nombreux auxquels ils sont destinés à pourvoir d'eux-mêmes; elle a dès-lors borné la perception des objets extérieurs à ceux qui leur sont nécessaires pour satisfaire à leurs besoins ainsi limités. L'homme est une créature dont les désirs et les besoins sont illimités; dès-lors sa force et son intelligence s'accroissent sans cesse, tant plus que ses besoins et ses désirs en exigent de plus en plus, jusqu'à l'infini.

Il est entraîné par de nouvelles sensations, qui s'enchaînent d'une manière plus ou moins permanente dans sa vie, devenant ainsi des élémens de son développement. On peut le comparer à un animal apprenant, pour

guer de tous les autres animaux. N'eût-il point un avantage distinctif que celui d'organes convenables que ceux de toute autre classe pour porter son esprit aux perceptions nettes du monde matériel dans toutes ses modifications, vives émotions de plaisir et de peine, avec des tentatives de rechercher les unes et de fuir les autres, eût-il été placé, comme nous le sommes, dans un monde où rien n'eût suppléé sa main pour le contentement de ses desirs ? le désir et le chagrin portés à la connaissance de quelque chose de matérielles servant à satisfaire ce désir ou le dégoût ? n'y eût-il pas d'autres attributs plus humains ? il est presque impossible d'assigner une supériorité qu'il eût acquise rien qu'avec ce qu'elle des êtres animés.

Là se montrent avec évidence la sagesse même dans le besoin et la souffrance, où l'homme est calculé de manière à le rendre désappointement avec ce qu'il a plu au ciel de lui — l'impatience des desirs qui ferment, et son délaissement apparent, dans la sont les élémens de ce qui constitue sa prière.

Avec une puissance toujours créatrice pour les matérielles qui sont autour de lui ; — avec le secret de l'emploi de ce pouvoir ; — avec des vieillissement adaptés pour acquérir cette et avec la nécessité qui le pousse à cette acquisition nous la faculté divine de raison, ce prout, et nous trouverons que l'homme est un dominer dans ce bas monde. « Tu l'as fait, au-dessous des anges, et tu l'as couronné d'honneur ; tu l'as fait pour commander à ces mains. »

Ainsi armé pour combattre le mal physique, combien est complet son triomphe demeure dans laquelle, à l'abri des tempêtes, le chaud artificiel qui le rend à peine sensible des saisons. Il dépouille un animal de sa fourrure ; il sacrifie la vie d'un autre animal ; il en emploie un troisième à porter

deux repos. Par son adresse il multiplie la variété des usages de la terre; ses bornes naturelles ne l'arrêtent pas, ses irrégularités de sa surface s'aplanissent sous ses pas, et attelle les vents à son char pour traverser les mers. A une distance n'éloigne les provisions de sa portée. Au point est la civilisation, il est douteux qu'il se trouve un seul livide assez délaissé et assez malheureux pour que les cinq parties du monde ne soient pas mises journellement à contribution pour fournir à ses besoins ou à son bien-être. Quand sa propre force ne lui suffit pas pour atteindre les buts de ses desirs, il s'empare des forces de la matière, et sa leur énergie brutale il les emploie à suppléer à sa faiblesse.

Il peut accumuler le poids ou l'attraction de la matière sur un point quelconque; ce pouvoir inhérent aux corps, il le transporte partout où il lui convient, il le dissémine dans l'espace et l'emploie à produire les plus petits et les plus grands effets; à chasser le moindre grain de poussière, comme à donner le mouvement aux plus vastes mécanismes.

Il range également sous son empire cette force de répulsion qui envahit la matière aussi généralement que l'attraction, et que nous appelons chaleur. Il peut en priver les substances minérales dont les atomes sont les limites; il peut l'accumuler dans d'autres dont les parties sont maintenues par des forces incomparablement plus grandes que celles que nous pouvons apprécier, de manière à vaincre ces forces et à désunir ces parties. Il peut, par exemple, l'introduire dans les pores du diamant, détruire le pouvoir de cohésion qui constitue la plus grande dureté des corps minéraux, et les réduire en gaz. Par sa combinaison avec les gaz, sous forme de vapeur, il peut accumuler et concentrer cette répulsion tant qu'il le veut, en la transportant sur un point qu'il lui convient de priver de son énergie.

Son autorité n'est pas moindre sur les puissances qu'il a créées. A l'aide de machines il peut varier leur quantité, leur direction en tous sens; les concentrer pour produire des forces agissant sur le plus grand espace, comme les rassembler sur un point où elles agissent avec d'autant plus d'énergie que l'espace est moindre. Il peut encore les étén-

dre de manière à ne produire qu'une faible action sur grand espace. Cette même quantité de force qui, avec une légèreté et une rapidité incroyables, forme la pointe d'une aiguille, peut, sous une autre forme, soulever lentement un marteau d'une forge. Il peut, imitant les fluides, verser cette force d'un corps dans un autre, y en accumuler des flots, précipiter leur énergie de manière à s'en débarrasser. C'est bien elle est puissante cette force agissant dans une grande manufacture, où, partant d'un centre, elle coule dans vastes canaux, se répand dans les plus minces conduits, fournit à chaque ouvrier la source d'un pouvoir proportionné à ses besoins. Ce n'est pas d'ailleurs par sa nature physique seule que l'homme se trouve à la tête de la création. Sa nature morale et religieuse lui donne un privilège éminent dans la communication qu'il lui est permis d'avoir avec le Très-Haut dans ses œuvres. Mais pendant que la connaissance des vérités des sciences naturelles lui procure des moyens d'augmenter son bien-être temporel, l'étude aura-t-elle sur lui la pernicieuse influence de détourner ses regards du bien-être éternel et des secrets d'immortalité qu'il pourra jamais pénétrer? Non, certes, il n'en est pas ainsi. Les principes des sciences physiques, envisagés convenablement, le mènent à la croyance des vérités les plus importantes de la *révélation*, et de la puissance infinie de Dieu « car les attributs de la divinité, *invisibles* depuis la création du monde, lui sont révélés par tout ce que son pouvoir éternel seul a pu créer. »

Le raisonnement suivant est l'un de ceux par lesquels on peut arriver à cette grande vérité de la révélation.

C'est une opération précoce de l'esprit, quand il se tourne vers la considération de ses propres perceptions, de faire une distinction entre celles qui dérivent continuellement les unes des sens dirigés vers les mêmes objets, et celles qui sont momentanées de leur nature, ou du moins passagères.

Les premières se classent comme *propriétés* ou *qualités*; les autres comme *faits* ou *actions*. Il est quelques-uns de ces actes, parmi les perceptions primitives de chaque être, soumis à son propre vouloir, en sorte qu'il peut à son gré produire ou non leur existence. Il se désigne ainsi une *cause*, et il nomme *effet* la chose produite. Ensuite, parmi les faits ou actes eux-mêmes

quels il établit alors un rapport de cause, il trace une analogie semblable, en sorte qu'un fait se lie à un autre, et les autres par des rapports essentiels à son existence. Les rapports nécessaires se nomment encore *cause* et *effet*, et la différence, c'est que l'une est volontaire, et l'autre la conséquence nécessaire.

Donne le nom d'*effets* à cette classe de faits qui sont ainsi liés; et celui de *causes* à ceux dont ils dépendent. Les actes dont l'homme est lui-même la cause immédiate deviennent à leur tour les causes d'autres actes, ces derniers dits établis en rapport des causes *secondaires*, et lui-même d'une cause *première*. Les causes secondaires, en produisant d'autres, et ainsi de suite; ce qui les tient tout en rapport avec la cause première.

Donne maintenant des faits qui sont ainsi liés avec la volonté, à ceux qui en sont indépendans; une série s'établit. C'est une chaîne perpétuelle de cause et d'effet visible dans toute la nature. Quelque part que l'on fasse l'investigation, on trouve des causes qui ne sont que des effets d'autres causes qui s'y rattachent par une chaîne continue. Est-il donc étrange que, pour compléter l'analyse, l'homme cherche à remonter à une cause première? La première à laquelle se rattache la série des conséquences, même qu'il établit celle qu'il a créée par sa propre

que la recherche d'une cause première parmi les êtres existants lui est connue par l'intermédiaire des sens. Soit vaine, cependant, en remontant la chaîne des causes, il a une distincte conviction de se rapprocher de la cause première. Le nombre des faits qu'il voit établis en rapport de causes avec le reste, diminue continuellement jusqu'enfin il arrive à certains d'entr'eux, au-delà desquels les sens refusent à le porter; et ceux-là lui semblent les premiers ou dérivent le plus immédiatement de la cause première. On peut les classer sous les noms de *temps*, *matière* et *force*. La considération de ces faits, dans leurs relations, et à travers toute la série des effets qui résultent de leur combinaison, constitue les SCIENCES NATURELLES ou PHYSIQUES.

La science de la *mécanique*, qui peut-être les comprend toutes, a été limitée à ces principes généraux qui régissent

les opérations de force, en combinaison avec la m  
quelle que soit la nature de cette force. Les sciences n  
les comprennent en outre l'investigation et la discussi  
forces elles-mêmes, de leur nature et de leurs proj  
distinctives.

Le temps et l'espace sont, de leur nature, *un et in*  
ble. Nous ne pouvons concevoir aucune séparation de  
parties, telle que, dans leur intervalle, il n'y ait *ni tem*  
espace. L'esprit les admet promptement comme des  
premiers et des causes secondaires. Il y a de nombreux  
riétés déjà connues de matière et de force; mais il pe  
rester d'autres à découvrir.

Il est impossible de ranger, avec confiance, toutes e  
riétés dans la classe des effets premiers. Le nombre de  
tences que l'on croyait d'abord établies en rapport im  
avec la cause première, a continuellement diminué à r  
que la science a avancé; les savans ayant, dans c  
siècle, contribué à établir une dépendance entre les  
ses que le siècle précédent regardait comme secondai  
indépendantes.

Ainsi tout conduit à cette conclusion, que le nomb  
des existences secondaires est excessivement petit.

Ne peut-on regarder cela comme semblable au *mod*  
pérer d'un *seul* agent? Pourquoi cette apparente éc  
dans l'énergie créatrice? Pourquoi ces traces de sim  
d'effort? N'est-ce pas précisément ainsi que nous v  
s'exercer notre propre énergie autant qu'elle peut s'*ét*  
dans la petite sphère d'opération qui lui est allouée?  
posant que notre sagesse soit *limitée*, tandis que nos  
naissances et notre pouvoir deviennent *infinis*, notre  
ne changeant d'ailleurs à aucun autre égard, ne cherche  
nous pas à économiser nos efforts, en vertu de cette  
nature qui nous pousse sans cesse maintenant à une *se*  
ble économie?

Ne sommes-nous pas alors conduits à cette concl  
que ce petit nombre d'existences primaires, douées  
pouvoir de reproduction infinie, sortent des mains d'un  
avec qui notre propre nature, quoiqu'elle en soit infini  
loin, a quelques traits distincts de ressemblance? La  
l'indique ici la raison est confirmée par la révélé

« a fait l'homme à son image; c'est à l'image de Dieu l'a créé. »

considérant les rapports de temps, d'espace, de matière et de force, une des premières choses qui nous frappent c'est l'uniformité de ces rapports; et elle est telle que la même cause, dans les mêmes circonstances, produit toujours le même effet. Cette uniformité constitue une LOI; et ce rapport particulier de cause et d'effet, ainsi unifié, est une LOI DE NATURE. Il est évident que l'étude des sciences naturelles est uniquement celle de ces lois; on les définit comme ayant pour objet *de tracer la chaîne des causes et des effets dans les choses naturelles, et de déterminer les lois de leurs rapports.*

Il y a différens ordres de lois naturelles, comme il y a des ordres de causes. Les lois primitives, ou principes, placées avec les causes premières, au-delà de notre portée de sensation. Le mot principe n'est d'ailleurs que relatif; chaque cause étant désignée comme un principe par rapport aux causes qui en dérivent suivant la chaîne des conséquences.

Quant aux actions qui sont les sujets immédiats de notre liberté, chacun s'aperçoit qu'il a le pouvoir de les modifier, de les varier à la fois, avec la conséquence de cause et d'effet qui dérive de chacune à chaque degré compréhensible, et qu'il a aussi le pouvoir d'ajuster cet effort, comme cause première, de manière à produire un certain effet éloigné, plus ou moins que cet effet. On nomme *dessein* cette intention d'adapter à une cause première toutes les causes secondes.

C'est le pouvoir de *dessein*, ou *l'imagination*, qui dissocie le rapport de cause et d'effet, dans les êtres animés et intelligens. Partout où nous voyons tracé ce rapport de cause et d'effet, résultant d'un dessein conçu, nous en pouvons conclure l'existence et l'opération d'un être intelligent.

Aujourd'hui ce dessein est MANIFESTE dans toute la nature. Chaque brin d'herbe, chaque bourgeon, chaque feuille, chaque fleur que le vent répand autour de nous, chacun de ces êtres organisés et qui fourmillent partout, montre un dessein dans l'opération de cette cause première à laquelle il attribue son existence; c'est ainsi que tout proclame l'existence d'un créateur vivant et intelligent.

Cet argument du dessein est devenu familier au monde par l'ouvrage admirable de *Puby* ; il est plique.

Si l'homme revient de la contemplation des Dieux dans l'univers, à la considération de son pouvoir, il s'aperçoit qu'il peut le rendre applicable à la production de certains effets éloignés, et même qu'il peut à d'autres pouvoirs *extérieurs*, sur l'action desquels il ne peut pas directement, en les rendant applicables à la production de certains effets. Mais il ne peut en rien modifier ces pouvoirs, c'est impossible, — le mode ou la loi de leur action est déterminé par la volonté de la grande cause première ; — il ne peut les *appliquer*. Ainsi il peut s'emparer de la gravitation, ou du poids d'une pierre, pour produire la pression ou impact ; l'action de la pierre est la même dans le premier cas, l'impulsion de gravitation est continue, que continuellement, est *continuellement* détruite dans le second l'énergie accumulée qui en est détruite par le choc. L'homme a de plus le pouvoir de modifier l'action de ces causes naturelles l'une à l'autre. Par exemple, il peut placer la matière sous l'action de la gravitation, il peut l'assujettir à toutes les variétés d'influence de la terre et de l'espace. Il peut conduire l'opération de la gravitation dans une maison l'une sur l'autre à tous les degrés possibles.

S'il tourne maintenant ses regards vers le monde, il voit qu'il doit y avoir eu pour cette nature quelque chose de semblable à celle dont il se trouve capable. Tout ce qui existe maintenant, peut avoir existé par la même particule de matière, de force, d'espace, occupée pendant un temps, sujette aux mêmes lois, si elle n'eût pas été modifiée par l'opération ou l'influence d'une autre, fût restée dans le même état de choses, et alors quel chaos au-delà de ce que nous pouvons même de notre imagination. Tout fut resté sans commencement, sans fin, sans vide, plein d'éléments en désordre et exposé à la destruction perpétuelle.

Ici se retrouve la trace évidente de l'opération première, entraînant avec elle tout ce que nous pouvons produire par les causes secondes, et appliquant leur action conformément aux lois qu'elle leur avait d'abord imposées, le mode d'opérer auquel l'homme retrouve quelque



lable dans son propre pouvoir, mais à un degré infiniment moindre.

Il y a encore une autre preuve de l'existence de la divinité, strictement tirée de considérations scientifiques et fondée sur les vrais principes de la science, si frappante et si généralement si peu connue qu'elle ne peut se trouver déplacée, quoiqu'il faille prier le lecteur de redoubler d'attention pour saisir un argument qui n'est pas sans difficultés.

La force, considérée comme un *principe* ou *cause* de mouvement, réside *en permanence* dans chaque particule de matière animée ou non, soumise à une loi invariable et **CONSTITUÉE** en action. Dans les êtres *animés* il y a de plus une portion de cette force soumise à la direction implicite de la volonté; *active* dans un temps, *inerte* dans un autre. C'est en tenant les effets de ce principe de force, en communiquant le mouvement à des corps capables de se mouvoir librement dans l'espace, *différent*, suivant que la cause de l'action est *constante* ou *intermittente*. Dans les deux cas, la force communiquée par chaque impulsion est *gardée*; dans l'un des cas les impulsions sont continuellement répétées, et la vitesse résultant de chacune est accumulée dans le corps se mouvant; tandis que dans l'autre cas, il n'est pas nécessaire que l'impulsion soit répétée, et la vitesse résultante, s'il n'y a pas cette répétition, est uniforme. Si donc nous pouvions tracer, dans la nature, l'existence d'un libre mouvement *non accéléré*, nous serions sûrs qu'il ne peut être le résultat de l'opération d'aucune des forces *permanentes* agissant sur la matière, et qu'il doit dériver d'un principe qui est plus apparent en elle, semblable à celui que nous trouvons résider que dans les êtres animés.

Ce mouvement *existe* : dans le système de l'univers, nous voyons des mouvemens que la force *existante* de la gravité est insuffisante à produire seule; nous trouvons des effets qui ne peuvent être que le résultat de l'opération d'un principe dont l'action a cessé; une force impulsive, semblable à celle que nous sentons placée sous la direction de la propre volonté. S'il n'y avait une autre cause en action, les planètes dirigeraient leur course vers le soleil, et toute

matière, à la longue, s'absorberait dans

Il n'y a pas de force agissant *actuellement* les planètes obliquement dans l'espace, ce qui agisse *actuellement*, elle a dû agir dès-lors être une force permanente. L'orbite de mouvement de chaque planète seraient ainsi, ainsi qu'on le peut démontrer, prouve qu'à quelque période prévue, il y a l'action d'un pouvoir impulsif, par lequel elle se dirige dans l'espace suivant une direction autre que celle déterminée l'attraction qui leur est inhérente. Nous avons ainsi que les mondes ont été formés par Dieu, en sorte que les choses que nous voyons ont été faites des choses seules qui sont dans la nature. *Heb. ii. 3.* » On sait ainsi que lorsque l'homme a été placé dans l'espace, il a fallu qu'il y eût un pouvoir semblable à celui que nous trouvons dans les êtres animés et que nous appelons donc « qu'il y eut une main qui forma le monde » prit qui commanda aux habitans dont elle

Non-seulement d'ailleurs les planètes tournent autour du soleil, mais encore autour d'elles-mêmes se mouvant dans des orbites elliptiques, produisant ainsi les alternatives du jour et de la nuit. Les axes sont inclinés suivant certains angles aux plans de leurs révolutions, ce qui produit les saisons. Or pour effectuer tout cela, comme que tout cela l'est, il faut qu'une impulsion ait été donnée avec une certaine force, dans une certaine direction et en certain point de la surface de la terre. Il y a donc eu dessein, et quand nous considérons la nature animée est disposée pour ces alternatives de lumière et de chaleur ; — le brin d'herbe, le fruit et le fruit dans les végétaux ; le vêtement dans la plupart des animaux, avec l'énergie et les principes de la vie ; — pouvons-nous hésiter à reconnaître cela comme l'émanation d'une sagesse infinie ?

On peut objecter que ce sont là des évidences d'une puissance créatrice, mais d'une puissance qui agit en conformité des lois de la force préexistante, sans prouver l'existence de l'être dont elles tiennent

science va nous fournir une réponse directe à cet argument. Quoique le principe de la force nous soit caché avec un système que la nature n'apporte pas toujours dans ses opérations, nous pouvons cependant apercevoir et distinguer une intention infinie dans les lois qui le régissent, et cette intention est la preuve indubitable d'une sagesse créatrice. On peut observer dans la nature l'étonnante économie du principe de force. Les animaux, dans lesquels il se trouve soumis à la volonté, ont le sentiment ou l'instinct de cette économie par la sensation de lassitude ou d'épuisement. La nature infinie a mis, dans chaque particule de matière, cette économie dirigée vers le même but. On trouve dans les animaux de la classe inférieure, qui sont nécessairement faibles et sujets à l'erreur, des efforts perpétuels tendant à cette économie, qui est parfaite dans les classes supérieures. Dans la nature inorganique, tout se fait avec la moindre action possible; aucun développement de force, tant petit soit-il, ne se fait en pure perte.

La nature du principe dont nous voulons parler, sera peut-être mieux comprise par l'exemple suivant. Si je désire monter une colline ou la descendre, ou passer d'un point de la colline à une autre, avec le moindre emploi de force musculaire, ou la moindre dépense de force, une simple considération me précisera le pas à faire, conformément à la nature et aux pentes différentes de la colline; d'après la nature de mon énergie musculaire, et d'après d'autres données, dont j'aurais peine à me rendre compte, et qui, si elles m'étaient connues, seraient à peine suffisantes pour guider mon intelligence vers une conclusion positive. Dans la occurrence, les chances sont infiniment grandes cependant pour que je prenne plutôt le mauvais chemin que le bon. Or maintenant si j'avais à lancer une pierre en haut de la colline, ou obliquement sur ses flancs, ou à la rouler en bas, et que soient les obstacles opposés à son mouvement, qu'ils proviennent de frottement, de résistance ou d'autres causes, constantes ou accidentelles, toujours est-il que la pierre, quand elle sera abandonnée à elle-même, suivra toujours la marche qui lui présentera la moindre dépense possible de ses efforts; et si sa marche était tracée, ses efforts seraient toujours les moindres pour cette marche. Ce principe extraordinairement simple s'appelle celui de *la*

action ; son existence et sa prépondérance universelle susceptibles d'une démonstration mathématique comp

Chaque particule de poussière soufflé dans l'air, chaque particule de matière de cet air lui-même, ont leurs vemens soumis à ce principe. Chaque rayon de lumière passe d'un milieu dans un autre, dévie de sa courbe, ligne, pour choisir celle de la moindre action possible et par une raison semblable, en traversant l'atmosphère suit une courbe particulière jusqu'à l'œil. Les grande nètes aussi, qui tracent *toujours* leur circuit dans les tmes de l'espace, que nous appelons notre système ; les mètes dont la course est tracée bien au-delà ; tous ces se meuvent de même, de manière à *économiser* les forces enveloppées dans leurs cours.

Or, ces forces qui sont *non* développées par les êtres vains, sont implantées dans les substances où elles résident par la main de Dieu, et soumises aux lois qu'il leur a données dès le commencement. Il a plu au Tout-Puissant que les œuvres de ses mains restassent d'accord avec ce principe de notre nature et qui, suivant l'impulsion, se développe toujours plus ou moins, dans nos faibles efforts. La seule différence, c'est qu'en lui ce principe agit en conformité de sa sagesse infinie, et qu'en conséquence, son action est *parfaite*, tandis qu'en nous il ne se manifeste dans les bornes de nos connaissances et de notre faiblesse dont il partage les imperfections, dans son développement.

Dans la disposition de ces efforts pour produire l'effet avec la moindre dépense de force, on reconnaît de plus que (suivant la grande vérité de la révélation) l'homme créé à l'image de Dieu et qu'il conserve sa ressemblance par le principe de force inhérent à chaque particule de son être n'est qu'une émanation directe de la divinité, continuuellement et à chaque instant. La scrupuleuse économie de force, l'étonnante réserve qu'y a mise la nature nous conduit à cette conclusion.

L'homme fut créé à l'image de Dieu, et l'on voit qu'il est en possession d'un pouvoir presque absolu sur les existences matérielles qui l'entourent ; dans l'usage de son intelligence dont aucun effort ne semble épuiser

la manière dont il exerce ce pouvoir et cette on retrouve les traces de son origine céleste gé suivant laquelle il fut créé.

ns ne suggèrent-elles pas en même temps le condition morale? La description de son rang- s la création, l'étendue de sa puissance phy- sources de son intelligence, sa ressemblance, ire physique, avec Dieu qui l'a créé, se pré- orcément à l'esprit que la dégradation de sa et sa chute qui l'a éloigné de cette parfaite elle on peut raisonnablement conclure qu'il rd créé pour ressembler aussi bien au physi- al.

ici, dans les raisonnemens des sciences natu- le vérité de la révélation.

ommes appesantis sur cette tendance directe e l'étude des sciences naturelles, à raffermir la ités premières et fondamentales de la révéla- on lui attribue une tendance contraire.

une impiété de discuter les manifestations de la bonté infinie dans les choses créées, autres sentimens de reconnaissance et d'une pro- envers le créateur, on pourrait dire que c'est ou une folie. Il est impossible de s'occuper nstruction complet, ayant pour objet de déve- ports de la cause à l'effet dans ces portions de oses naturelles qui tombe sous nos sens, sans leur dépendance de la cause première qui est

être apprises correctement, les vérités des elles doivent être apprises avec un retour dit vers la sagesse et la bonté de l'auteur de la des des sciences naturelles et de la théologie ont qu'un si elles sont bien dirigées; et la n'est qu'une adoration perpétuelle de Dieu- ment de son pouvoir. »

e nous étions suffisamment assurés de l'exis- tributs de la divinité, par cette révélation qu'il e faire d'elle-même dans son verbe; et que, il n'en eût pas été ainsi, les preuves en sont partout; qu'il n'y a pour cela besoin ni d' nce. Mais hélas! quoiqu'il soit vrai que la ter

*ment communiquées*, c'est-à-dire par démonstration, recourir à des principes abstraits. Mais je dois pré-  
 jet que je ne puis offrir une connaissance quelconque de  
 certain dose d'aptitude intellectuelle, qui n'a pas un es-  
 esprit d'enquête, — une disposition à saisir ce à qu  
 s'applique, et quelque habileté à se rendre compte  
 pensée.

Il n'y a aucune méthode d'enseignement profitable, sans  
 attention continuelle et constante de la part de l'élève ; au-  
 étude n'est *profonde*, si elle n'est dirigée par l'enchaîne-  
 des idées, et utile si l'on ne peut l'appliquer à la pra-  
 des arts. La science n'a affaire qu'avec l'*entendement*.  
 connaissance est fausement et ridiculement appelée *sci-*  
*tifique* quand elle n'est qu'une *affaire de mémoire*, sans  
 aucun autre appui ; elle n'est alors l'acquisition d'*au-*  
 science, et communément elle est la compagne d'une gr-  
 présomption à *tout savoir*.

C'est une connaissance superficielle qui n'a d'autre a-  
 tage que celui de permettre aux gens du monde de l'ex-  
 ter assez adroitement pour se faire ranger parmi les  
 vains, sans avoir aucun droit à ce titre honorable, et  
 en tirer vanité.

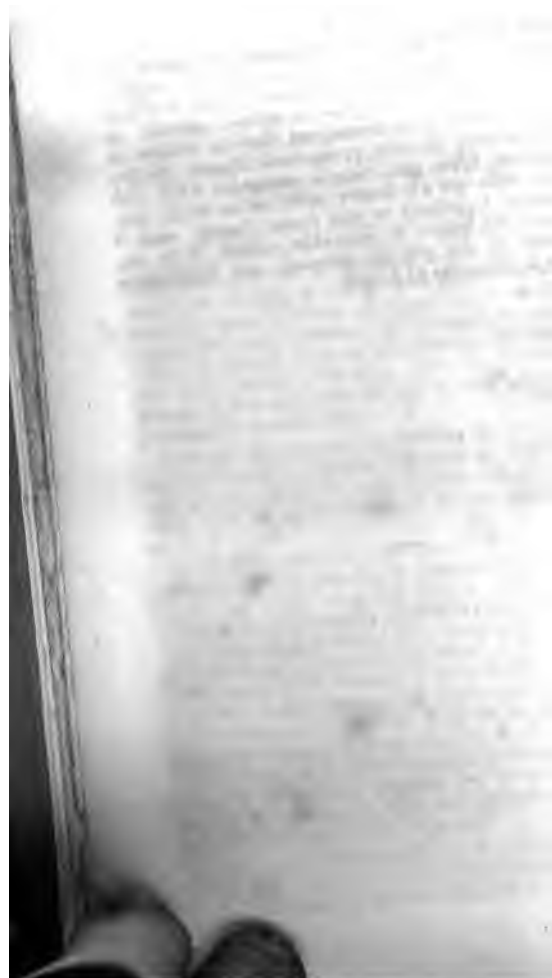
L'influence de l'étude des sciences physiques, consid-  
 comme l'une des branches de l'éducation générale, sur le  
 caractère des élèves, est de leur inspirer un ardent amour  
 vérité, quelque part qu'ils puissent la rencontrer ; un dési-  
 dent de la suivre partout, et un mépris insurmontable  
 le sophisme et le paradoxe prétentieux. A force de s'appli-  
 constamment à la recherche de la vérité, on arrive à s'é-  
 dre d'un ardent amour pour tout ce qui est pensée ré-  
 Les efforts employés à cette recherche ne tardent pas à  
 cevoir leur récompense ; on découvre la vérité, on se péné-  
 de sa beauté, on la regarde comme le diamant le plus  
 précieux, et de suite on acquiert des idées correctes sur  
 moyens de développer, avec une perception intuitive de  
 qui peut être fondé ou ne l'être pas.

Quand une fois l'esprit naïf de la jeunesse est pénétré  
 ses propres ressources et de l'humilité qui toujours est  
 résultat de cette appréciation ; quand il a acquis cette h-

le de la présomption et du mensonge, cet amour in-  
ble de la vérité, cette passion à la découvrir, et cette  
e invariable à séparer le vrai du faux, ce que la science  
ique jamais de donner plus ou moins ; comment un  
omme marchera-t-il dorénavant dans les affaires de

Il manquera de cette promptitude d'esprit irréflé-  
i souvent, il est vrai, reste la compagne d'une vive  
ence, mais qui n'a d'autre utilité qu'un succès pas-  
le société. La science ne peut donner l'esprit, mais il  
aucune des hautes et honorables affaires de la vie,  
aquelle ne soit plus que préparée une intelligence  
par la discipline de l'étude.

---





# STATIQUE.

## CHAPITRE PREMIER.

1. Définition de la force. — 2. Sa direction. — 3. Son point d'application. — 4. Equilibre de forces. — 5. Egalité de forces. — 6. Unité de force. — 7. Mesure de forces. — 8. Addition de forces, en quantité et en direction, par la règle du parallélogramme. — 9. Résolution de forces en résultantes et composantes. — 10. Résolution de forces en composantes. — 11, 12. Equilibre de trois forces. — 13. Applications du principe de la statique.

ce est ce qui tend à causer ou à détruire le mou-

vement d'une force est, dans ce qui tend à causer le mouvement, au point où elle est appliquée. L'expérience a montré que l'effet d'une force agissant dans une direction donnée sur une masse solide, est la même quel que soit le point où elle soit appliquée, pourvu que ce point soit sur la direction de cette force.

7. 1), si des forces agissent suivant les directions  $p_1, p_2, p_3$ , sur une masse solide  $ABC$ , toutes ces forces produiront le même effet, en quelque point des lignes  $p_1, p_2, p_3$ , ou de leurs prolongemens, qu'elles étaient appliquées. Par exemple, elles produiront le même effet si elles étaient appliquées au point  $O$ , pourvu que ces lignes se coupent au point  $O$ , comme dans la figure 1. 1).  
1. Plusieurs forces appliquées à un corps

l'une par l'autre, la tendance qu'elles ont à lui co  
la ment, et que ce corps reste ainsi en re  
forces sont en équilibre.

Quand un corps est maintenu en repos par  
de ces forces sont égales l'une à l'autre  
l'expérience a montré que *deux forces* ne pe  
un corps en repos, à moins qu'elles n'agisse  
opposées et suivant une même ligne dr  
u lieu d'appliquer les deux forces qu  
ans des directions opposées, on les appl  
avant la même direction, la force qui de  
dans une direction opposée pour soutenir  
autres, est dite le double de chacune d'el  
première une troisième force, égale à l'une des deux  
et qu'on les applique toutes trois dans la même  
force qui doit être appliquée dans une directi  
pour soutenir l'effort des trois autres, est dite  
chacune d'elles, et ainsi de suite pour un nombre  
de forces.

8. Ainsi, dès qu'on a fixé une force et qu'on s  
de forces égales sont nécessaires, pour qu'appliq  
rection opposée elles supportent l'effort d'une aut  
arrive à concevoir la véritable expression de  
force, par rapport à la première, et l'on peut le  
avec une troisième force dont l'évaluation a été fa  
port au même étalon.

9. La force simple, qui sert de terme de compa  
l'évaluation de toute autre force, s'appelle une *un*

10. Les forces dont l'évaluation est exprimée  
de quelque *unité connue* de force, sont dites *mes*

11. Les unités de force dont on a trouvé le  
nable de se servir, sont les poids de certaines por  
tière, ou les forces suivant lesquelles ces poids  
le centre de la terre.

Les quantités de matière dont ces poids se com  
**représenter des unités de force, sont différentes**  
**pays.**

12. En Angleterre, l'unité de force dont dérive

suppose ici que le corps n'est sollicité par aucun  
t, à l'exception de ces deux-là.

poids de 22,813 *inches* (1) cubiques d'eau distillée, ap-  
 en *pound troy*. Il se divise en 5760 parties égales, dont  
 me est un *grain troy*, et 7000 de ces grains constituent  
 und avoir du pois.

. Quand on veut représenter la valeur d'une force, on  
 rime ordinairement par le nombre des unités qu'elle  
 ont, et les chiffres du nombre exprimé sont la désigna-  
 de chaque unité. Ainsi 15 *pounds avoir du pois* repré-  
 nt une force équivalente à quinze unités, chaque unité  
 un *pound avoir du pois*; c'est-à-dire chaque unité re-  
 ntant le poids d'une quantité d'eau distillée, trouvée en  
 ant 2285 (2) *inches* cubiques de cette eau en 5760 par-  
 égales, et prenant 7000 fois une de ces parties.

. On peut concevoir d'ailleurs un autre mode de repré-  
 r la valeur d'une force.

l'on prend (*fig. 2*) une ligne A B composée d'un  
 re quelconque de parties égales, et qu'on suppose que  
 me de ces parties représente une unité, alors la totalité  
 ligne offrira à l'esprit l'idée complète d'une force compo-  
 'autant d'unités qu'il y a de divisions égales dans la ligne.

il est évident que dans cette hypothèse, la longueur  
 lle de la ligne est immatérielle. Deux lignes A B et C D,  
 différentes longueurs, peuvent en effet représenter la  
 e force, les longueurs des parties P et P', qui repré-  
 nt les unités, étant différentes (3). Par exemple, P et P'  
 isentant chacun un *pound*, chaque ligne représentera  
*pounds*.

Cet étalon est fixé par un acte du parlement, du 24 juin 1824.  
 mpérature de l'eau est supposée à 62° *fahrenheit* (16°, 67 cen-  
 es), le baromètre étant à 30 *inches* (76 centimètres).

<i>pound troy</i> équivalent à. . . . .	372 gram., 960
<i>pound avoir du pois</i> à. . . . .	453                    25

Le lecteur est à même d'apprécier ici tout l'avantage du système  
 al des poids et mesures et de l'unité métrique. N. D. T.

Les lignes ou parties de lignes représentant des *unités* de force,  
 mment unités de longueur. Il est évident que si l'on prend la lon-  
 d'une ligne pour représenter une force, on trouvera l'unité de

15. Les lignes prises ainsi, pour représenter des forces, ont de plus l'avantage de les représenter en direction.

Si deux forces (*fig. 3*) agissent alors en un point en directions inclinées sous un certain angle, et que l'on tire deux lignes  $AO$ ,  $BO$  inclinées l'une à l'autre sous le même angle, alors en prenant une ligne  $D$  pour représenter une unité de chaque force, et mesurant  $OP$  par le nombre de fois qu'il contient  $D$ , ou par le nombre d'unités de forces; mesurant  $OQ$  par le nombre de fois qu'il contient  $D$  ou par le nombre d'unités qu'a l'autre force, les lignes  $PO$  et  $OQ$  représenteront complètement non-seulement les grandeurs relatives des forces, mais aussi leurs directions relatives. Le dessin en donnera une idée exacte si quand elles agissent vers  $O$ , on les suppose représentées par  $PO$  et  $QO$ , tandis que  $OP$  et  $OQ$  les représentent agissant à partir de  $O$ . On dit alors que  $OP$  et  $OQ$  représentent les deux forces en grandeur et en direction.

16. Il est évident que ces deux forces ne laisseront pas le point auquel elles sont appliquées, car elles ne sont pas égales l'une à l'autre, on n'agissent pas suivant la même ligne droite, en directions opposées (art. 6). Une troisième force est donc nécessaire pour l'équilibre. La grandeur et la direction de cette troisième force se déterminent de la manière suivante:

17. Par les extrémités  $P$  et  $Q$  (*fig. 4*) des lignes  $PO$  et  $QO$ , tirez deux autres lignes  $QR$  et  $PR$ , l'une  $QR$  parallèle à  $OP$ , et l'autre  $PR$  parallèle à  $OQ$ ; ces deux lignes formeront le parallélogramme  $POQR$ . Soit  $OR$  la diagonale du parallélogramme, que l'on appelle la diagonale du parallélogramme, représente en grandeur et en direction la force qui maintiendra les deux autres en repos. En d'autres termes, si l'on prend une force contenant un nombre d'unités égal à celui du nombre de fois que la ligne  $D$  est contenue

longueur, en divisant la ligne en autant de parties égales qu'elle en renferme d'unités de force; et réciproquement, si l'on part de la longueur, on trouvera la longueur de la ligne représentant la force, en répétant cette unité de longueur autant de fois qu'il y a d'unités dans la force.

applique cette force au point O suivant la direction de cette force maintiendra le point en repos, et bre avec les deux autres.

marquable du *parallélogramme des forces*, qui ore de trois forces quelconques, de quelque nature soient, peut se formuler ainsi : *Si trois forces un point sont en équilibre, et qu'on mesure, à oint, des lignes dans les directions des forces, de que chaque ligne contienne autant d'unités de il y a d'unités dans la force qu'elle représente, es formeront les deux côtés adjacens et la diagonale du parallélogramme.* On peut faire voir que c'est une conséquence nécessaire de quelques principes extrêmes, et qui se démontrent d'eux-mêmes. Malheureusement on ne peut se déduire que de connaissances spéciales et qui sortent du plan de cet ouvrage (l'appendice.)

au reste, facile de s'assurer par expérience de cette loi. La fig. 5 représente un cercle ou anneau tenu dans une position verticale sur son pied. Trois mobiles  $P_1$ ,  $P_2$ ,  $P_3$ , sont disposées de manière à fixer en un point quelconque de la circonférence, en ayant leurs roues parallèles à sa surface (1). Les poids  $W_1$ ,  $W_2$ ,  $W_3$ , sont suspendus à des cordelles de sorte qu'ils passent sur ces poulies et noués ensemble en un point qui, étant abandonné à lui-même, prendra, au bout d'un certain temps, une position dans laquelle il restera en équilibre, les trois forces agissant en O, auront, dans cette position, les directions nécessaires à leur équilibre.

Ensuite, si dans le vide intérieur de l'anneau, on dispose une planchette de manière à ce qu'elle laisse parfaitement libre le jeu des cordons, et que sur cette planchette recouverte de papier blanc pour qu'on y puisse tracer avec de la craie ou une plume, on tire les lignes joignant O à  $P_1$ ,  $P_2$ ,  $P_3$ ; qu'ensuite prenant une ligne D pour mesure, on la porte au compas autant de fois sur  $P_1$  à partir de O, qu'il y a d'unités dans le poids

les doivent être faites avec soin pour éviter le frottement de la corde sur la poulie.

2 industrielle, 1<sup>re</sup> part.

$W_1$ ; qu'enfin on complète le parallélogramme  $OP$  des lignes menées sur la planchette parallèlement, à  $OQ$  et  $OP$  respectivement; on trouvera que la longueur  $P$  sera contenue autant de fois dans la diagonale qu'il y a d'unités de poids dans  $W_1$ , et que cette diagonale est en ligne droite avec  $OP$ . Or les lignes  $OP$  et  $OR$  présentent, en grandeur et en direction, les forces en  $O$ , et elles y sont tenues en repos par  $W_1$  agissant en direction  $OP$ , qui peut donc être représenté par la grandeur et en direction. Cela a lieu, quels que soient les poids  $W_1$ ,  $W_2$ ,  $W_3$ , ou la position des poulies  $P_1$ , donc la vérité de la proposition est évidente (1).

19. Si l'on applique en  $O$ , au lieu des forces  $OP$  et  $OR$  une force représentée en grandeur par la ligne  $OR$  et suivant cette ligne de  $O$  en  $R$ , il est clair que ce point en repos, les forces qui lui sont appliquées étant opposées. L'effet résultant de l'action d'une seule fo

(1) Parmi les appareils du cabinet de physique du collège un parallélogramme  $OPQR$  [fig. 6], formé par des règles divisées en *inches* et en dixièmes. Elles s'assemblent par mobiles aux angles, et chacun des joints  $P$  et  $Q$  est disposé à glisser le long de chacun des côtés qui le forment. Une règle de longueur suffisante pour former la diagonale du parallélogramme glisse librement avec  $OP$  et  $OQ$  au joint  $O$ . L'extrémité libre de la règle rend le tout d'un poids très-faible.

Cet instrument sert à la démonstration de la loi du parallélogramme des forces. Ayant pris pour unité de longueur un *inch*, sans autre subdivision, on fait glisser le joint  $P$  sur  $OQ$ , jusqu'à ce que cette règle contienne autant d'unités qu'en a le poids  $W_1$ . La même chose pour  $OQ$  qu'on amène à contenir autant d'unités qu'en a dans  $W_2$ .  $PR$  et  $QR$  se disposent alors parallèlement à  $OP$  et de même longueur. On attache des cordons aux extrémités  $B$ ,  $C$ , des coulisseaux  $OA$ ,  $OB$  et  $OR'$ , et l'on passe ces cordons sur des poulies  $P_1$ ,  $P_2$ ,  $P_3$ , comme dans la fig. 5, en y suspendant des poids  $W_1$ ,  $W_2$ ,  $W_3$ ; on abandonne le système à lui-même, libre s'établissant, on trouve que le coulisseau  $OR'$  a pris la position de la diagonale  $OR$  et contient autant d'unités de longueur qu'il y a d'unités de poids dans  $W_3$ .

On peut varier l'expérience en changeant le poids  $W_3$ , en changeant les deux autres; le système alors change de forme, mais il se trouve toujours avec la diagonale  $OR$ , et la longueur de cette diagonale s'accroît ou diminue d'autant d'unités qu'on en a ajouté ou qu'on lui en a ôté.

ne que celui résultant de l'action de deux forces c'est-à-dire que le support sera dans la direction de l'équilibre du point O sera maintenu; on dit ces forces  $OP$  et  $OQ$  sont des forces *composantes*, et la *résultante*.

proquement, si une force représentée en grandeur par la ligne  $OR$ , soutient l'effort d'une force dans la direction de la ligne  $OP$ ; et quel'on prenne agissant suivant deux autres directions quelconques,  $OP_1$ , représentées en grandeur par les lignes  $OP_1$ , parallèles aux directions  $OP$ ,  $OP_1$ , réunies à point R; alors si ces deux forces peuvent remplacer une unique  $OR$ , l'équilibre subsistera dans les conditions que précédemment. On dit alors que la force  $OR$  est *décomposée* en deux autres  $OP$  et  $OQ$ , et que ces forces lui sont équivalentes. Les directions  $OP$  et  $OQ$  sont quelconques. Ainsi, une force donnée peut se décomposer en deux autres en toute direction quelconque.

Il est évident que, quel que soit le nombre des forces agissant sur un point O, on peut remplacer l'une d'elles  $OR$  par deux autres  $OP$  et  $OQ$ , suivant lesquelles elle se décompose. Réciproquement, on peut remplacer deux forces  $OP$  et  $OQ$  par leur résultante  $OR$ .

En faisant les directions de trois forces qui maintiennent un point en repos, et la grandeur de l'une d'elles, on peut déterminer les grandeurs des deux autres forces. En effet que les lignes représentant ces trois forces partant d'un point commun et en direction forment les deux côtés adjacents et la diagonale d'un parallélogramme; prenant donc une des lignes représentant la force connue pour une de ces parties du parallélogramme, on n'aura plus qu'à le compléter par ses deux autres parties dans les directions des deux forces restantes. Les deux parties alors représentent en grandeur les forces inconnues par conséquent.

Quand trois forces agissent sur un point O (Fig. 4), dans les directions  $OP$ ,  $OQ$ ,  $RO$ , et que la grandeur de la force agissant en  $OP$  est connue; on n'a plus, pour déterminer la grandeur des deux autres, qu'à former le parallélogramme dont  $OP$  qui représente la force connue est un des côtés, et dont l'autre côté et la diagonale suivent les directions  $OQ$  et  $OR$ . Ce parallélogramme se construit évidem-

ment en menant par P une ligne parallèle à l'intersection avec la direction OR en R, et parallèle à OP, coupant OQ en Q.

22. Si un corps est sollicité par trois forces tiennent en repos, les lignes suivant lesquelles forces prolongées, se couperont en un même

Soient (Fig. 1)  $P_1 p_1$ ,  $P_2 p_2$ ,  $P_3 p_3$ , suivant lesquelles trois forces agissent sur le posé ne pas avoir de poids; les points d'application  $p_1$ ,  $p_2$ ,  $p_3$ . La force  $P_1 p_1$  produira le même point qu'on la suppose appliquée, pourvu dans la direction  $P_1 O$  suivant laquelle la et il en sera de même de la force  $P_2 p_2$ ,  $P_3 p_3$ , produisent donc le même effet si elles étaient appliquées en O. On a donc, pour une force agissant en ce même point. Si maintenant remplacées par leur résultante, il en sera alors ne sera plus sollicité que par deux, cette résultante et la troisième force  $P_3 p_3$  en repos, il faut qu'elles agissent suivant une droite, en directions opposées (art. 6); c'est que la résultante des forces  $P_1 p_1$  et  $P_2 p_2$  soit en ligne droite avec  $P_3 p_3$ ; donc F passer par O.

Cette démonstration ne s'applique strictement où les directions des forces se rencontrent, en un même point *en dedans* du corps, l'appliquer au cas également ordinaire où en un même point *en dehors* du corps.

(Fig. 7) que  $P_1$  et  $P_2$  prolongées se rencontrent hors du corps; alors, quoique nous ne posons à présent que les forces soient appliquées en O, puisque le corps n'existe pas en ce point, nous pouvons supposer que le corps s'étend assez à renfermer le point, sans altérer l'équilibre; pourvu qu'en l'étendant ainsi, on diminue en rien les forces qui agissent de ces forces et leurs points d'application restent les mêmes que si elles étaient en équilibre avant, on voit qu'en concevant que le corps



nière à renfermer le point O, ce cas rentre dans le précédent.

### APPLICATIONS

#### *Du principe du parallélogramme des forces.*

Il n'y a guère de cas d'équilibre où le principe de la composition des forces agissant sur un point ne trouve son application. Parmi les exemples nombreux qu'on en peut citer, nous choisirons les suivans :

23. Supposons un poids  $W$  supporté comme dans la *fig. 8* par une poutre horizontale  $AC$ , en saillie sur le mur où elle s'appuie en  $A$ , et soutenue par une jambe de force oblique  $BC$ ; et qu'on demande de déterminer la pression (1) et l'effort sur les charpentes  $AC$  et  $BC$ , ainsi que sur le mur aux points  $A$  et  $B$ . Menons  $BD$  parallèle à  $AC$  et  $CD$  à  $AB$ . Divisons  $CD$  en autant de parties égales qu'il y a d'unités dans le poids  $W$ , et cherchons combien il se trouvera de ces parties dans  $CB$  et  $CA$ . Les nombres ainsi obtenus seront égaux à ceux des unités de poids dans les pressions sur  $AC$  et  $BC$ , car le point  $C$  est maintenu en repos par des forces agissant dans les directions  $CD$ ,  $CA$  et  $BC$ . Ces forces seront donc représentées en grandeur et en direction par les côtés et la diagonale d'un parallélogramme (art. 17). Or  $CD$  (art. 14) représente l'une de ces forces en grandeur et en direction, et  $CA$  et  $CB$  sont dans les directions des deux autres. Si donc l'on construit un parallélogramme ayant  $CD$  pour un de ses côtés, l'autre dans la direction  $CA$ , et sa diagonale dans la direction  $CB$ , ce sera le parallélogramme des forces agissant en  $C$  (art. 21). Le seul parallélogramme qui puisse former ainsi est évidemment  $ABCD$ .

Si  $C$  restant le même, on ramène le point  $B$  vers  $A$ , en augmentant à  $CB$  une obliquité plus considérable,  $CD$  sera diminué d'autant; et le divisant, comme avant, en autant de parties qu'il y a d'unités dans  $W$ , chacune de ces parties sera plus grande qu'avant; le nombre de parties égales en  $AC$  sera donc plus grand en  $AC$ , et par conséquent le nombre d'unités de poids dans la pression sur  $AC$  deviendra plus grand;

(1) La pression est la force qui, agissant sur la longueur d'une charpente, tend à la comprimer, à l'écraser; l'effort tend à l'allonger.

ou démontrerait de même que la pression  $BC$  s'est

Dans cet exemple nous avons négligé le poids de pente elle-même.

23. *Presse Russel.* —  $AC$  et  $BC$  (*fig. 9*) représentent deux barres jointes ensemble au point  $C$ ; elles sont entre deux surfaces  $A$  et  $B$  sur lesquelles, ou sur lesquelles, on veut produire une pression, la force agissant au point  $C$ , suivant la direction  $PQ$ . La tendance de  $C$  à ouvrir l'angle  $ACB$  est détruite par la résistance des faces en  $A$  et  $B$ . Cette résistance se transmet le long de  $AC$  et  $BC$ , et quand il y a équilibre, le point  $C$  est en repos par des forces agissant dans les directions  $BC$  et  $PQ$ . Pour déterminer les deux premières forces naissant la dernière, on n'a qu'à compléter le parallélogramme  $ACBD$ , et à diviser sa diagonale  $CD$  en autant de parties qu'il y a d'unités dans  $PQ$ ; les nombres de ces parties tenus dans  $AC$  et  $BC$  donneront les pressions cherchées (*Art. 21.*)

Il est clair que plus  $CD$  est petit, plus l'angle  $ACB$  est grand, ou réciproquement; ensuite qu'à mesure que l'angle  $ACB$  devient moindre, le nombre de ces parties s'accroît, et  $BC$ ; conséquemment les pressions s'accroissent dans les directions. Quand  $CD$  est extrêmement petit, ou quand  $AC$  et  $CB$  sont presque en ligne droite, les divisions sont extrêmement petites,  $AC$  et  $BC$  en contiennent un nombre excessivement grand. Ainsi les pressions sur  $A$  et  $B$  vont s'accroître presque indéfiniment en amenant  $A$  et  $B$  de plus en plus à se rapprocher d'une ligne droite.

25. Le mécanisme au moyen duquel sont attachées les cordes d'une harpe, permet à l'accordeur de les tendre avec une force égale à trois ou quatre fois celle de son poignet, tandis qu'un enfant a dans ses doigts assez de force pour faire vibrer, malgré cette tension. Cela s'explique ainsi :

Si  $AQB$  (*fig. 10*) représente la corde infléchie, et si on achève le parallélogramme  $Qmno$ , dont les côtés  $Qm$  et  $Qn$  représentent, chacun, la tension de la corde, la diagonale  $Qo$  représentera la force d'inflexion, qu'il faut appliquer au point  $Q$  pour infléchir la corde.

(1) M. *Prony* a calculé que les cordes d'un piano sont tendues avec une force égale à celle de quatre chevaux.

ciement à ces tensions (art. 17). Or elle est évidemment petite, quand on la compare avec les tensions, pourvu que la flèche d'inflexion soit courte.

26. Un exemple très-simple de l'application du principe du parallélogramme des forces se rencontre dans la manière habituelle de ficeler un paquet. Après avoir passé la corde tout tour, dans la direction  $ABE$  (fig. 11), et l'avoir arrêtée comme par un nœud coulant du côté opposé à celui que présente la figure, on replie la corde longitudinalement, et après avoir passée sous la corde  $AB$ , on la retire en arrière; on trouve alors que, quelque ferme qu'ait été tendue la corde  $BE$ , il suffit d'une faible force appliquée dans la direction  $BD$ , pour produire une forte inflexion de la corde entre  $A$  et  $B$ , et pour la tendre de nouveau plus fortement dans toute sa longueur. On peut aisément faire le compte de cette tension complétant le parallélogramme  $APBm$ , on n'a qu'à dire la diagonale  $Pm$  en autant de parties égales qu'il y a d'unités dans la force qui agit suivant  $PD$ . Le nombre de ces parties contenu dans  $PA$  ou  $PB$ , donnera le nombre des unités de la force de tension (art. 17).

27. Supposons (fig. 12) une flèche dans la position  $EF G$ , au moment où elle va s'échapper de l'arc tendu; la force exercée par la main de l'archer en  $G$ , pour vaincre la résistance de l'arc, est celle avec laquelle la flèche est lancée. Le point  $G$  est maintenu en repos par cette force et par les tensions de la corde suivant les directions  $GC$  et  $GD$ . — Ces tensions sont égales, si la corde tirée par la main droite et la corde tendue par la main gauche le sont l'un et l'autre, *chacune précisément par son point milieu*. Prenant alors deux forces égales,  $Gm$  et  $Gn$  pour représenter ces tensions, et complétant le parallélogramme  $mknG$ , la résultante (art. 19) jointe à cette force avec laquelle la flèche sera lancée, sera représentée par la diagonale  $Gk$  (art. 17). Il est évident que la force est d'autant plus grande que l'arc est plus tendu.

28. La direction suivant laquelle se meut d'abord un corps agité par un nombre quelconque de forces, est évidemment la direction suivant laquelle il suffirait d'une simple force appliquée convenablement pour maintenir le tout en repos. Une telle force est égale et opposée à la résultante des forces qui agissent sur le corps. Dès-lors, et réciproquement, la direc-

*tion suivant laquelle un corps se meut, est celle de la résultante des forces qui lui sont appliquées.*

29. La résistance de l'air au mouvement de chacune des ailes d'un oiseau est perpendiculaire à la surface des ailes. La force avec laquelle un oiseau se meut lui-même en avant avec chaque aile, est en direction opposée à cette résistance. Menons (*fig. 13*)  $DA$  et  $DB$  perpendiculaires à la surface de chaque aile;  $DA$  et  $DB$  seront les directions des forces par lesquelles l'oiseau se pousse en avant avec chacune des ailes. Prenons les lignes  $DE$  et  $DF$  pour représenter ces forces en grandeur, et complétons le parallélogramme  $EGF$ ; la résultante  $DG$  (art. 19) ainsi déterminée, est dans la direction suivant laquelle l'oiseau se meut. Si les ailes sont également étendues, et que la force avec laquelle l'oiseau se meut suivant chacune d'elles soit la même, les lignes  $AD$  et  $BD$  feront des angles égaux avec la ligne  $PD$  passant au centre du corps de l'oiseau, et les lignes  $ED$  et  $FD$  étant égales,  $DG$  coïncidera avec cette ligne, le mouvement de l'oiseau sera ainsi directement en avant.

29. Les forces avec lesquelles un nageur se meut, sont dans des directions perpendiculaires aux plantes de ses pieds, et des paumes de ses mains. Si ces forces sont égales de chaque côté de son corps, son mouvement est dans la direction de l'axe de son corps, la résultante des deux forces passant par le centre de son corps. Si la force avec laquelle il meut un pied est plus forte que celle avec laquelle il meut l'autre, un des côtés adjacens du parallélogramme  $A'B'C'$  (*fig. 14*) sera plus grand que l'autre, la diagonale tendra vers le plus grand côté, et le mouvement de la partie inférieure du corps se fera dans cette direction. S'il meut plus de force la main du même côté, la résultante des forces des mains sera au contraire de ce côté, et la tête s'y portera en sorte que le corps tournera en rond.

30. La marche d'un bateau à rames offre (*fig. 15*) un cas d'un corps poussé par des forces obliques à chacune de ses flancs, mais ayant leur résultante dans le sens de sa marche.

31. Les voiles d'un vaisseau peuvent se placer de manière à déterminer son mouvement dans une direction bien différente de celle où souffle le vent, et réellement à le faire marcher en sens opposé au vent.

(*Fig. 16*) que le vent souffle dans la direction  $CD$ . Prenons  $PQ$  pour représenter la force complétons le parallélogramme  $PRQT$ ; ayant un parallèle à la voile et l'autre  $QR$  qui lui soit perpendiculaire. La force  $PQ$  (art. 29) est alors équivalente aux  $TQ$  et  $RQ$ , dont  $TQ$  appliquée dans une direction à la surface du vaisseau ne fait pas d'effet sur la force effective est donc  $RQ$ . Menons  $QM$  suivant le vaisseau  $QS$  perpendiculaire à l'axe du vaisseau complétons le parallélogramme  $QMR S$ . Alors la force  $RS$  est encore équivalente aux deux forces  $MQ$  et  $MS$ . La première tend à donner au vaisseau un mouvement dans la direction de sa longueur, et la seconde un mouvement de côté. La première force est détruite par la résistance à l'avant du vaisseau, et la seconde par la résistance de l'eau à son flanc. Dès-lors le mouvement de flanc est le par rapport à celui de l'avant.

Il est évident que si le vent soufflait dans la direction  $BA$ , il n'aurait pas sur la surface de la voile  $CD$  qui est vers l'arrière du vaisseau; surface sur laquelle il doit évidemment avoir une action pour déterminer quelque peu de mouvement du vaisseau *avant*. Pour forcer le vent à frapper cette surface il faut incliner la position du vaisseau suivant la direction  $BA$ .

Supposons que l'on veuille marcher de  $B$  vers  $A$  (*Fig. 17*), il faut aller directement de  $A$  vers  $B$ , et tournons le vaisseau dans quelque direction  $BP$  inclinée à  $BA$ . Les voiles doivent être placées de manière que le vent les frappe perpendiculairement et que l'on marche dans la direction  $BP$ . Ayant marché quelque temps dans cette direction, on les change en voiles de flanc  $PQ$ , puis on revient sur  $A$  en continuant à

## CHAPITRE II.

32. *Equilibre d'un nombre quelconque de forces agissant sur un point.* — 33. *Polygone des forces.* — du *polygone des forces.*

32. Pour déterminer les conditions d'équilibre quelconque de forces agissant sur un point,  $OP_1, OP_2$ , etc., les lignes représentant en direction ces forces agissant sur le point  $O$ , soient ou non dans un même plan. Par les points  $P_1, p_1$ , et  $P_2, p_2$ , respectivement parallèlement à  $OP_1$ , et joignons  $Op_1$ . Les deux forces seront alors équivalentes à une seule force de même grandeur et en direction par  $Op_1$  (art. 19). Prenons les lignes  $P_1, p_1$ , et  $p_1, p_2$ , parallèlement à  $OP_1$ , et à  $Op_1$ , et joignons  $Op_2$ . Cette ligne sera dès-lors en grandeur et en direction égale à  $Op_1$  et  $Op_2$ , et par conséquent les trois forces  $OP_1, OP_2$ , puisque  $Op_2$  est équivalente aux deux premières. Semblablement, si l'on mène parallèlement à  $OP_2$ , et qu'on joigne  $Op_2$ , cette ligne sera équivalente aux deux forces  $Op_1$  et  $Op_2$ , et par conséquent aux quatre forces  $OP_1, OP_2, OP_3, OP_4$ . On verra d'une manière analogue  $Op_3$ , qui sera équivalente aux cinq forces  $OP_1, OP_2, OP_3, OP_4, OP_5$ .

Ainsi, puisque la force  $Op_3$  est équivalente aux quatre forces qui agissent au point  $O$ , excepté la force  $OP_3$ , si le point reste en repos, qu'il y soit maintenu, les autres forces qui, dès-lors, sont nécessairement égales.

Connaissant les directions et les grandeurs quelconque de forces  $OP_1, OP_2$ , etc., et comme ci-dessus, une force qui leur soit équivalente, on connaît la grandeur et la direction d'une force suffisante pour compléter l'équilibre et maintenir le point en repos.

La force  $Op_1$  est dite la résultante des cinq forces  $P_1, OP_2, OP_3, OP_4, OP_5$ .

On verra que  $OP_1$  représente la première force, et  $p_1$ , qui est égale à  $OP_2$ , comme côtés opposés d'un parallélogramme, représente la seconde force en grandeur, qu'elle est parallèle à sa direction ; que de même les  $p_2, p_3, p_4, p_5$  représentent les autres forces, et sont parallèles à leurs directions. Or ces segments sont les côtés d'un polygone  $OP_1 p_1 p_2 p_3 p_4 p_5$ , qui complète la résultante  $Op_1$ .

Donc un nombre quelconque de forces agit sur un point ; on construise un polygone dont un des côtés soit la ligne représentant une de ces forces, et les autres côtés successivement parallèles aux directions des autres forces, et représentant en grandeurs, la ligne qui complètera le polygone représentera la résultante générale. C'est cette méthode, dont la découverte est attribuée à Leibnitz, qu'on appelle le polygone des forces.

Un exemple suivant est choisi, entre plusieurs autres, pour démontrer l'action de plus de trois forces.

Quand on sonne des cloches, qu'un seul homme ne pourrait faire sonner, on les met toutes en branle par l'effort de plusieurs hommes. On tire une cordelle attachée à la corde principale de la cloche, et à laquelle vient s'appliquer par conséquent la résultante de tous leurs efforts individuels. La valeur et la direction de cette résultante peuvent se trouver aisément dans les cas.

— Soient (*fig. 19*)  $OP_1, OP_2, OP_3, OP_4, OP_5$ , les directions suivant lesquelles s'exercent les forces différencées sonneurs. Menons parallèlement à ces directions les lignes  $p_1, p_2, p_3, p_4, p_5$ , etc., représentant en grandeur la force exercée par chacun, et formant les côtés d'un polygone. La ligne  $p_1, p_2$  qui complètera le polygone, représentera la résultante en grandeur et en direction.

Les points, pour chaque cloche, sont ordinairement placés à des distances sur la circonférence d'un cercle ayant pour centre le point situé immédiatement au-dessous de la base de la corde principale. En supposant que les forces exercées soient égales, leur résultante alors agit suivant une direction verticale même, et n'a aucune tendance à donner à la corde principale une direction qui dévie de celle-ci.

## CHAPITRE III.

*Equilibre d'un nombre quelconque de forces, agissant sur différents points d'un corps, mais agissant dans un même plan.*

35. Sur une table horizontale et polie, plaçons un plateau (1) A B C (fig. 20), et fixons-le sur le rebord de la table par une série de poulies  $P_1, P_2, P_3$  (sises dans des plans à angles droits avec son bord), la première poulie ayant la portion la plus haute de sa courbe au niveau de la surface du plateau. Attachons à ces poulies en des points quelconques pris à la surface du plateau des cordes  $p_1, p_2, p_3$ , etc., et après les avoir passées sur les poulies  $P_1, P_2, P_3$ , etc., suspendons des poids à leurs extrémités. Ces poids seront représentés dans la figure par les mêmes lettres  $P_1, P_2, P_3$ , etc. 2). Abandonnons maintenant le plateau à lui-même, et quand il aura atteint l'état d'équilibre, nous trouverons la relation remarquable suivante entre les longueurs et les directions des forces appliquées. Si d'un point quelconque M pris dans le plan de la surface du plateau nous menons les perpendiculaires M  $m_1, M m_2, M m_3$ , etc., aux directions  $P_1 p_1, P_2 p_2, P_3 p_3$ , etc., des forces appliquées, et qu'on multiplie le nombre de ces perpendiculaires dans la longueur de chaque perpendiculaire par le carré des unités dans la force à la direction de laquelle la perpendiculaire est menée, la somme de ces produits sera égale à celle des forces qui tendent à faire

(1) Pour éviter, autant que possible, les frottemens, nous avons fait reposer sur trois billes d'ivoire assez espacées pour ne pas être en contact ensemble.

(2) On n'a pas marqué les poids dans la figure. Le poids de ce genre sont d'autant mieux faites que les poids et les poulies étant plus grands, la rigidité des cordelles et l'opposition au mouvement du plateau sont moindres.



ème autour de ce point, dans un sens, est égale à la somme de ces produits pris par rapport à celles des forces qui tendent à faire tourner le système en sens inverse (1). Ainsi, dans la *fig. 20*, si l'on multiplie (2) la force  $P_1$  par  $m_1$ , la force  $P_2$  par  $M m_2$ , et la force  $P_3$  par  $M m_3$ , on trouvera, en faisant la somme de ces produits, qu'elle est égale à celle des produits de la force  $P_1$  par  $M m_1$  et  $P_2$  par  $m_2$ .

1) L'expérience nous montre cette importante loi de statique, que tout système quelconque de forces est appliqué à un corps de masse à ce qu'il soit en équilibre, et qu'un second système de forces encore appliqué à ce même corps, en maintenant son équilibre, alors les conditions de ce dernier équilibre seront précisément les mêmes que si le premier système de forces n'existait pas; les deux systèmes se mêlant en rien l'un à l'autre. Donc, s'il y a deux systèmes de forces, chacun, appliqué séparément, suffise à maintenir le corps en repos, le corps restera encore en repos si l'on vient à y appliquer les deux systèmes à la fois; et réciproquement, si deux systèmes de forces appliqués à un corps le maintiennent en repos, et que les forces composant l'un de ces systèmes soient en équilibre avec un autre, cet autre aura dès-lors ses forces en équilibre entr'elles. Dans la recherche des lois de la statique à l'aide d'expériences, ce fait est important à ne pas perdre de vue. Le grand obstacle au mode expérimental de recherche consiste dans l'impossibilité d'obtenir aucune portion de masse, où l'on veuille appliquer des forces, pour en rechercher les lois de l'équilibre, qui ne soit pas déjà sous l'influence de la force de gravité, dont il faut supposer que nous n'ayons pas à connaître la nature ou la valeur. Cependant on pare à cette difficulté, en faisant agir sur le corps des forces qui neutralisent exactement sa gravité ou son poids. La condition de l'équilibre des forces qu'on applique, devient précisément la même que si aucune autre force n'agissait déjà. L'expérience que nous venons de citer dans le texte en offre un exemple. Le ballon est, de fait, sollicité par deux systèmes de forces, son poids et la résistance des billes en directions *perpendiculaires* au plan de la surface, plus les tensions des cordelles *dans* ce plan. Les forces du premier système sont en équilibre entr'elles, car si l'on ôte les cordelles de manière que les poids et les résistances des billes soient les seules forces agissant sur le plateau, il restera en équilibre. On en conclut que les forces du second système agissant sur le plateau sont en équilibre aussi. Le principe ci-dessus établi s'appelle le principe de *composition des forces*.

(2) Ici et dans tout le reste de cet ouvrage, où l'on parle d'une force multipliée par une ligne, il faut entendre que le nombre d'unités de la force est à multiplier par le nombre des unités de ligne.

Le produit d'une force, par la perpendiculaire, qui d'un point quelconque sur sa direction, se nomme le moment de cette force autour de ce point. Par conséquent, la proposition précédemment établie peut se formuler ainsi :

36. Pour un nombre quelconque de forces, agissant d'une manière quelconque dans le même plan, et sur un point quelconque pris dans ce plan, la somme des moments de forces tendant à faire tourner le système dans une certaine direction autour de ce point, est égale, dans le d'équilibre, à la somme des moments des forces qui tendent à le faire tourner en sens opposé.

37. Ce n'est d'ailleurs pas tout; et l'on verra plus tard que si les forces agissant sur les différens points d'un système peuvent être transportées sur un seul point, et appliquées en ce point parallèlement à leurs directions, elles le maintiendront en repos. Il faut donc qu'il existe entre elles une relation qui est nécessaire à l'équilibre de forces agissant sur un point.

38. Après tout, enfin, les forces agissant comme ci-dessus, en un nombre quelconque de points différens dans le même plan, sont sujettes d'abord aux mêmes conditions qui régissent l'équilibre des forces agissant sur un point; suite à cette dernière condition, que les sommes de leurs moments opposés autour de ce point, quel qu'il soit, sont égales.

39. Non-seulement on obtient ces conditions partout où il y a un équilibre, mais dès qu'on les obtient on est sûr qu'il y a équilibre. Elles sont non-seulement nécessaires mais encore suffisantes. Si donc on a un système de forces qui ne soient pas en équilibre, et qu'on veuille les équilibrer, ou les placer en équilibre, on n'a qu'à ajouter ou plusieurs forces qui déterminent les conditions du système.

Supposons que le système représenté dans la fig. 20 soit sollicité par les forces  $P_1, P_2, P_3, P_4$ , et qu'il faille déterminer la valeur de la force  $P_5$ , ainsi que la direction suivant laquelle on doit l'appliquer pour produire un équilibre. Prenons un point quelconque  $N$  dans le plan de la surface du plateau, et menons par ce point une ligne parallèle à  $P_1 p_1$ , qui représente la force  $P_5$  en général (art. 14); par  $n_1$ , menons  $n_2, n_3$  parallèles à  $P_1 p_1$  et  $P_2 p_2$  et  $P_3 p_3$  et  $P_4 p_4$  et

et  $p$ , en grandeur. Menons de même  $n$ ,  $n$ , puis  $n$ ,  $n$ , sentant  $P$ , et  $P$ , en grandeur, et parallèles à leurs directions; joignons  $N$   $n$ ,; cette ligne représentera la force en grandeur et sera parallèle à sa direction (art. 33).

Nous avons maintenant déterminé  $P$ , de manière à faire que le système satisfasse à la première condition d'équilibre; à-dire que les forces soient telles qu'appliquées en un point, elles le maintiennent en repos. Il reste à appliquer cette force au système, de manière à produire l'égalité des momens qui constitue la seconde condition.

Pour y parvenir, prenons un point quelconque  $M$ , et faisons les sommes des momens opposés des forces  $P$ ,  $P$ ,  $n$ ,  $n$ , autour de ce point, et comparons ces sommes avec une autre qui sera le complément nécessaire pour qu'il y ait équilibre entre elles. Il suffira d'appliquer alors  $P$ , parallèlement à sa direction  $N$   $n$ ,, à une telle distance de  $M$ , que le moment fasse justement les deux sommes égales.

On trouvera enfin cette distance, en divisant les sommes des momens autour de  $M$ , par la force  $P$ , précédemment trouvée.

La méthode la plus facile de déterminer la ligne suivant laquelle  $P$ , doit être appliquée, sera de mener par  $M$  une ligne  $M$   $m$ , égale en longueur à la distance précédemment trouvée, et perpendiculaire à la direction  $N$   $n$ . Une ligne  $m$ , perpendiculaire à son extrémité sera celle suivant laquelle la force devra être appliquée.

Si un nombre quelconque de forces est en équilibre, la force égale et opposée à l'une quelconque d'elles est la résultante de tout le reste. Car si l'on ôte tout le reste, pour substituer cette seule force, l'équilibre sera maintenu, puisqu'elle détruira la force qui se trouverait lui être uniquement opposée. Il résultera donc de l'acte de cette seule force, le même effet qui résultait de toutes celles qu'on a ôtées; donc elle est leur résultante. Ainsi, déterminant, dans l'article précédent, la force nécessaire pour produire l'équilibre entre plusieurs forces, nous

avons trouvé leur résultante, car nous savons que cette force sera une force égale et opposée.

Une des conditions d'équilibre peut s'obtenir entre plusieurs forces. Ainsi l'égalité des momens n'a lieu entre plusieurs forces, mais ces forces ne

telles qu'appliquées en un point, elles maintiennent ce système en repos (art. 38).

Dans ce cas, on peut trouver la valeur de la force  $P$  nécessaire pour produire équilibre dans le système, comme précédemment, et aussi la ligne  $Nn$ , parallèle à sa direction. Or, pour produire l'équilibre, cette force doit être perpendiculaire à la direction du système, de manière à ne pas détruire l'égalité des momens qui existe; elle doit donc ne pas avoir de moment autour de  $M$ ; car si elle en avait un, il faudrait ajouter la somme des momens qui sollicitent le système d'un côté, d'autre côté. La perpendiculaire de  $M$  sur la direction de cette force doit donc être égale à zéro, c'est-à-dire que la direction de la résultante doit passer par  $M$ : la direction de la résultante est opposée à celle de cette force.

**42.** La résultante d'un nombre quelconque de forces, les sommes des momens autour d'un point donné sont égales, passe par ce point.

**43.** Supposons l'une quelconque des forces d'un système en équilibre représentée en grandeur et en direction par la ligne  $Pp$  (fig. 21), contenant autant d'unités de longueur qu'il y en a de poids dans cette force, et menons des perpendiculaires  $Pp$  et  $p$  des droites vers  $M$ , formant le triangle  $PpM$ . On sait par une proposition bien connue de géométrie, que deux fois l'aire de ce triangle est égale au produit du nombre des poids de la base  $Pp$ , par le nombre de celles de la perpendiculaire  $Mm$ . Mais ce produit est le moment de la force, donc le moment est égal à deux fois l'aire du triangle.

Dès-lors, si nous prenons comme ci-dessus une série de lignes  $P_1p_1, P_2p_2, P_3p_3$ , etc., etc. (fig. 22), pour représenter les forces du système, et que nous joignons leurs extrémités avec le point  $M$ ; les aires des triangles ainsi formés, étant doublées, seront respectivement égales aux moments de ces forces; et puisque les sommes des momens, par rapport aux forces agissant dans des directions opposées, sont égales, les sommes des aires des triangles étant doublées, seront égales; et par conséquent les moitiés de ces sommes, les aires elles-mêmes des triangles, seront égales (1).

(1) Si donc les forces, dans la figure, sont en équilibre, les directions étant représentées par celle des flèches, les aires des triangles  $M p_1$  et  $P_1 M p_1$  seront égales, ajoutées ensemble, à celles des triangles  $P_2 M p_2$  et  $P_2 M p_2$ , et ainsi de suite.

On formule ainsi cette importante loi : si l'on repré-  
*senté un nombre quelconque de forces, agissant dans le même  
 plan, et dont le système est en équilibre, par des lignes, et qu'on joigne les  
 extrémités de toutes ces lignes avec un point quelconque dans  
 le plan, la somme des aires des triangles ainsi formés; qui ont  
 pour bases les forces tendant à faire tourner le système dans  
 un sens, seront égales à la somme de celles ayant pour bases  
 les forces tendant à le faire tourner dans l'autre sens.*

Si toutes les forces agissant sur le système sont paral-  
 lèles à l'autre, la perpendiculaire à l'une d'elles, en les  
 joignant suffisamment, sera perpendiculaire à toutes les  
 autres. Le moment de chaque force est donc (fig. 25) sa dis-  
 tance au point M mesurée sur cette perpendiculaire, multi-  
 pliée par le nombre de ses unités de force. Pour qu'il y ait  
 équilibre, la somme de ces momens, pour les forces tendant  
 à faire tourner le système dans un sens autour de M, doit être  
 égale à la somme des momens des forces tendant à faire tour-  
 ner le système dans l'autre sens.

De plus, les forces elles-mêmes doivent être telles,  
 et appliquées parallèlement à leurs directions en un seul  
 point, pour maintenir ce point en repos. Mais, ainsi appli-  
 quées, elles agissent évidemment toutes suivant une même ligne  
 droite, les forces agissant suivant une même ligne droite,  
 pour être en équilibre, à moins que la somme de celles  
 tendant dans un sens ne soit égale à celle des forces agissant  
 dans le sens opposé. Donc, dans le cas de forces parallèles,  
 pour qu'elles maintiennent le point en repos se-  
 ra-ceci : que la somme de celles tendant à faire tourner  
 le système dans un sens, soit égale à la somme de celles ten-  
 dant à faire tourner dans l'autre sens (1).

Si les forces  $P_1, P_2, P_3, P_4$ , étant respectivement 1 kil.,  
 2 kil., et les perpendiculaires  $Mm_1, Mm_2, Mm_3, Mm_4$ ,  
 respectivement 1, 2, 3, 4 centimètres; la force  $P_5$  né-  
 cessaire pour les maintenir en équilibre devra être égale à la

ainsi, dans la figure, les forces et les directions doi-  
 vent être telles que  $P_1 + P_2 + P_3 = P_4 + P_5$ ; et que  
 $Mm_1 + P_2 \times Mm_2 + P_3 \times Mm_3 = P_4 \times Mm_4 + P_5 \times Mm_5$ . Ces conditions sont nécessai-

somme de  $4k$ ,  $2k$ ,  $5k$ , diminuée de  $4k$ ; c'est-à-dire moins  $4k$ , ou  $2k$ ; et elle doit être appliquée parallèlement à la direction du reste, à une distance de  $M$ , telle qu'étant multipliée par 2, elle donne un produit égal à la différence

$$(6 \times 1 + 5 + 2 + 2 \times 3) - (1 \times 4); \text{ ou } 18.$$

Or, puisque le produit de 2 par la distance  $M m$ , doit être 18, il est évident que cette distance sera 9.

## CHAPITRE IV.

47. *Equilibre des forces parallèles.* — 49. *Si elles conservent toujours leur PARALLÉLISME dans toutes les positions du corps auquel elles sont appliquées, leur résultante passe toujours par le MÊME POINT du système.* — 51. *Centre de gravité.* — 54. *Méthode expérimentale pour le déterminer.* — 55. 57. *Exemples de centres de gravité.*

47. Tâchons de trouver maintenant la quantité et la direction de la résultante d'un nombre quelconque de forces agissant dans des directions parallèles l'une à l'autre, et non dans le même plan.

Il faut observer d'abord que deux lignes parallèles étant nécessairement dans le même plan, les directions de deux forces parallèles quelconques du système seront essentiellement ainsi.

48. Trouvons, avant tout, la résultante de deux forces parallèles; puis considérant cette résultante comme remplaçant les deux premières, trouvons la nouvelle résultante avec une troisième force; ensuite nous aurons de même une résultante avec une quatrième force, et ainsi de suite. Nous arriverons donc à déterminer, par ce moyen, la direction et la valeur de la résultante générale des forces du système.

49. Il est évident que la valeur de cette résultante générale est la somme des forces composantes, dans le cas où les composantes tendent à faire mouvoir le corps dans le même sens (art. 46). Car la résultante des deux premières

me, et la nouvelle résultante avec la troisième aussi leur somme, c'est-à-dire celle des trois premières; la résultante avec la quatrième force est encore la somme des quatre premières forces, et ainsi de suite; la résultante définitive est la somme de toutes les forces.

Quelques-unes des composantes tendent à faire mouvoir le corps dans un sens opposé à celui de l'impulsion des autres, et les retranchera de la somme totale, et l'on aura de cette manière la résultante définitive.

*Un corps est sollicité par un nombre quelconque de forces parallèles, de manière à ce que sa position venant à changer, ces forces continuent à agir sur les mêmes points, parallèlement à leurs premières directions; il y a un point dans ce corps, par lequel passera constamment la résultante de toutes les forces, dans quelque position que se trouve le corps.*

Soient  $P, P'$  (fig. 24) les points d'application des forces; joignons  $PP'$ , et divisons-la en  $G$ , de manière que les produits des forces  $P$  et  $P'$ , par les lignes  $PG$  et  $P'G$  soient respectivement égaux; alors les produits des forces  $P$  et  $P'$  par les lignes  $GM$  et  $G'M'$  menées perpendiculairement à leurs directions, seront égaux aussi. Car c'est un théorème élémentaire de géométrie, que, puisque les triangles  $PGM$  et  $P'G'M'$  sont semblables, quelque partie de  $GM$  que l'on prenne,  $G'M'$  sera la même partie de  $G'P'$ . Donc quelque que soit le produit  $GP$  par  $P$  que soit le produit  $GM$  par  $P$ , le produit  $G'M'$  par  $P'$  le sera de  $GP'$  par  $P'$ . Or les produits  $GP$  par  $P$  et de  $GP'$  par  $P'$  sont égaux; les produits  $GM$  par  $P$  et de  $G'M'$  par  $P'$  sont donc égaux aussi; et que leurs momens autour de  $G$  sont égaux. La droite qui passe par  $P$  et  $P'$  passe donc par le point  $G$  (art. 42). Quel que soit d'ailleurs, quelle que soit la position de la ligne qui passe par  $P$  et  $P'$ , elle apportera aux directions des forces  $P$  et  $P'$ . Ainsi, quelque que soit la position que puisse prendre cette ligne, dans le corps, par rapport à ces forces, elle passera toujours par le même point  $G$ , dans lequel on aura trouvé un point par lequel passe toujours la résultante des deux premières forces, joignons l'application d'une troisième force. La résultante des trois forces étant supposée remplacée

on trouvera le point par lequel passera toujours la même résultante, de la même manière; en sorte qu'en continuant ainsi, on arrivera à trouver le point par lequel la résultante de toutes les forces du système passe toujours.

52. Maintenant les forces qui, de toutes les parties du corps, tendent à descendre vers le centre de la terre, peuvent être considérées comme *parallèles*, puisqu'elles convergent vers un point, le centre de la terre, dont la distance varie à l'infini par rapport aux distances qui séparent les différentes parties du corps lui-même. Dès-lors un pareil corps peut toujours être considéré comme sollicité par un système de forces parallèles dont on peut trouver la résultante; et ces forces, dans toutes les positions du corps, agissent sur les mêmes points, dans des directions parallèles à leur première direction; il y a donc, dans ce corps, un point par lequel passe toujours la résultante, dans quelque position qu'on se place. Ce point s'appelle *le centre de gravité du corps*.

Ainsi le centre de gravité d'un corps est un point par lequel passe toujours, dans chaque position du corps, la somme des poids de ses éléments. Si la totalité de ces poids pouvait être retirée des diverses parties de la masse et concentrée en ce point, les effets seraient constamment produits dans toutes les circonstances.

53. Quoique le procédé indiqué dans l'art. 51 soit suffisant pour nous assurer de l'existence, dans tous les corps, d'un point possédant les propriétés du centre de gravité, il ne permet pas cependant à même de déterminer la position exacte de ce point. Evidemment par la raison que les points d'application de la gravité de la masse étant infinis en nombre, infiniment près l'un de l'autre, ce procédé ne pourra conduire au résultat qu'en le répétant à l'infini, et ces lignes qu'il suppose n'auraient-elles pas de longueurs mesurables. La position du centre de gravité d'un corps peut d'ailleurs toujours être déterminée par le calcul; mais dans un grand nombre de cas, sa position n'est trouvée d'une manière beaucoup plus facile, ainsi l'allons voir; et la méthode *expérimentale* suivra facilement à tous.

54. Soit  $AP$  (fig. 25) une cordelle suspendue et soit  $PM$  la direction que prendrait le fil à pla-



librement à partir du même point de suspension. Les forces qui sollicitent le corps sont les poids des différentes parties du corps et la tension de la cordelle dans la ligne P A. Les poids peuvent être remplacés par leur résultante, et le corps ne sera plus dès-lors soumis qu'à l'action de deux forces, savoir : la résultante des poids des différentes parties de la masse, et la tension de la cordelle.

Si le corps reste en équilibre, ces forces sont en ligne droite, mais en directions opposées; la résultante des poids des différentes parties du corps agit donc suivant la direction de la ligne P M. Mais elle passe toujours par le centre de gravité, car le centre de gravité est donc dans la ligne P M. Ayant donc cette direction P p (fig. 26), suspendons le corps par un point Q. On trouvera de même que le centre de gravité est dans la ligne Q M; il est donc à la fois dans les lignes Q q et P p. Ces lignes se coupent donc, et le centre de gravité est à leur intersection G.

Un corps placé sur un plan horizontal, tombera toujours, à moins que son centre de gravité ne soit sur cette ligne. En effet, les forces qui sollicitent le corps à tomber sont équivalentes à une seule force verticale, agissant en ce point. Elles peuvent être détruites que par la résistance que le plan oppose dans une direction opposée à cette force, ce qui ne peut évidemment avoir lieu, à moins que sa direction ne passe par la base du corps.

Donc G est le centre de gravité des masses représentées dans la fig. 27 et 28; la résultante des forces agissant sur le corps est équivalente à une simple force agissant dans la direction verticale G g, et ne peut être détruite par la résistance du plan A B, à moins que cette simple force ne soit telle qu'elle soit en équilibre; c'est-à-dire à moins que le plan n'oppose une résistance égale dans une direction opposée à G g. Mais cela ne peut évidemment avoir lieu, à moins que G g ne passe par le point B. Dans la fig. 27 le corps restera donc en repos, mais dans la fig. 28 il tombera.

En ce qui regarde le centre de gravité, on pourra construire des édifices solidement, quoique leurs murs s'écartent de la verticale. La tour de Pise (fig. 2) est inclinée, s'incline assez loin de la verticale, mais elle ne vient pas à tomber aux étrangers qu'elle ne vienne à tomber.

"solidité" par rapport à une autre de grande n'est  
la même que la "solidité" par rapport à elle-même.

Art. II. Les pes. indéterminées de l'équilibre d'un corps posant sur un plan horizontal, que la verticale passe par le centre de gravité, n'appuient plus en un point qui coïncide avec le centre. Prétendez qu'il faut, c'est que la l. de cette verticale soit telle que les pressions sur le plan des surfaces de contact puissent avoir pour les poids une force en direction opposée à cette ligne. Or, cela n'est même possible, quand il y a trois parties, une qui coïncide avec le plan, et que la verticale qui passe par le centre de gravité passe entre les points de contact. Art. III. Les pes. de l'équilibre si les pes. sont entre les surfaces de contact, dans la fig. 22, et entre les tro

Plus simplement, si l'on trace des lignes joignant les centres de contact du corps avec le plan sur lequel repose, l'axe qui soutient ces lignes est directement le corps, et il y a un équilibre même les fils que la poutre, de centre de gravité, supporte le plan en dessous, dans une urne.

On se représente l'humaine espèce sur une base dont le  
sommet se trouve coiffé par les plantes des champs et l'  
ensemble d'une part, les animaux, et de l'autre les  
hommes, qui s'élevaient dans sa position et régi-  
sant, par son centre de gravité, ne devaient jamais des li-  
vres, des bras, des mouvements de chacune des pa-  
rties, les autres toujours accompagnés de mouvement  
et dans une seule et même direction opposée, en sorte que  
chaque partie exige une attitude convenable

Mais le choix constant de l'utérus par lequel  
l'œuf est expulsé, est une circonstance qui peut être  
considérée comme un indice de la grossesse.

(1) Une décomposition de ce type est obtenue à mesure qu'elle se fait, sans avoir besoin d'hypothèse sur l'anneau par lui-même, mais par les

La ley 1.ª de 1845, que se refiere al comercio de granos, tiene en efecto el propósito de regular el comercio de granos, y de establecer un sistema de control sobre el comercio de granos, y de establecer un sistema de control sobre el comercio de granos.

se. La pose et les mouvemens gracieux dépendent du libre déplacement possible du corps dans chaque attitude ; et c'est dans la connaissance des attitudes les plus convenables à chaque espèce d'action, que consiste l'habileté du peintre et du statuaire. Dans la belle statue de Mercure (*fig. 33*) le dieu s'élance de terre ; son corps et l'un des bras sont en avant, portant le centre de gravité hors de la verticale qui passe à l'extrémité du pied sur lequel repose la figure. Pour l'y ramener, le sculpteur a placé l'autre bras et l'autre jambe en arrière, donnant ainsi à la statue la stabilité que le corps humain a lui-même dans diverses circonstances.

38. L'homme qui porte un fardeau répartit sa position et l'attitude de son corps, de manière que la résultante du poids passe toujours par la base sur laquelle il se porte lui-même. Ainsi le porteur de la *fig. 34*, qui a un paquet sur le dos, incline en avant pour que le centre commun de gravité de son corps et de son fardeau passe dans l'aire tracée par ses pieds. Ce point *g* se trouve dans la ligne qui joint les centres de gravité *G* et *H* du corps de l'homme et de son fardeau ; la position de ce point est telle que *G g* multiplié par le poids du corps est égal à *H g* multiplié par celui du fardeau. S'il se tient parfaitement droit (*fig. 35*), il est clair que, si le poids du fardeau ne porte que sur une petite portion de son corps, la verticale *g* viendra couper la terre deçà de ses talons, et que l'homme tombera en arrière.

Ceux qui portent des fardeaux savent cela par expérience, et en prenant leur charge sur leurs épaules ils ont soin de se baisser en avant, afin d'amener la résultante du poids de la charge et du corps dans les limites voulues. Si le fardeau peut se répartir de manière à changer sa forme extérieure, la forme qu'ils choisissent est la plus plate possible, qui rapproche d'autant son centre de gravité de la verticale qui passe par le centre de gravité du corps du porteur et maintient l'équilibre avec la moindre inclinaison.

Un fardeau porté par-devant force, au contraire, à rejeter le corps en arrière. Ainsi l'éventaire d'une marchande (*fig. 36*), quand il est d'un poids considérable, place le point *g* si fort en avant que sa verticale viendrait au-delà des pieds ; elle courrait le risque d'une chute si la femme n'avait soin de porter son corps et ses épaules en arrière.

Quand elle s'arrête pour mettre à terre son fardeau, cette position détermine sa tête et ses épaules pour compenser ce désavantage elle courbe le tronc en arrière de la ligne des talons, et d'autant plus en arrière que le poids est plus lourd. Encore la position est-elle nécessairement beaucoup plus en arrière dans toutes les poses droites du corps, et conséquemment dans la position où le corps est le plus sujet à tomber, celle des raisons analogues que certaines personnes se tiennent plus possible en arrière la partie supérieure du corps au gros ventre (*fig. 38*) est dans ce cas, ainsi qu'une femme portant un enfant (*fig. 40*), et qui ramène le centre de gravité d'elle et de l'enfant entre ses pieds. Une femme porte un panier d'une main (*fig. 39*) penche le corps de l'autre côté. La nourrice (*fig. 41*) qui porte de la même manière tient droite; il en est de même du porteur d'un fardeau qui a ses deux seaux dans chaque main, (*fig. 42*) qui a ses bras également pendans.

59. Quand un homme se tient droit, la verticale par son centre de gravité tombe au milieu entre ses pieds. Lors donc qu'il en lève un, cette ligne arrive au pied levé de l'aire tracée par l'autre pied et il tomberait; en levant le pied, de pencher le corps en sens opposé, il conserve ainsi le centre de gravité sur la base de sustentation, ne posant que sur un pied. En marchant il porte alternativement d'un pied sur l'autre, et ainsi il meut sans cesse la partie supérieure du corps d'un et d'autre côté.

60. *Le centre de gravité d'une droite d'épaisseur constante, baguette de métal par exemple, est dans son milieu.* Supposons, en effet (*fig. 44*), la baguette  $AB$  divisée en deux parties égales au point  $G$ , et soient  $g$ ,  $g'$  les centres de gravité respectifs de ses deux parties. Puisque  $G$  est le centre de gravité de deux parties égales et semblables en tout, il est le centre de gravité de l'ensemble; leurs centres de gravité  $g$  et  $g'$  seront semblablement placés par rapport à  $G$ , en sorte que si l'on renversait  $AB$  sur  $GA$ , il y aurait équilibre parfaite,  $g$  tombant sur  $g'$ .  $Gg$  est donc la distance de  $G$  à  $g$ , et  $Gg'$  est la distance de  $G$  à  $g'$ . Or les résultantes des forces agissant sur  $G$  A et sur  $G$  B sont toujours par  $g$  et par  $g'$  (art. 52) et sont toujours égales; leur résultante doit donc toujours passer par le milieu entre  $g$  et  $g'$  (art. 42). Cette résultante

forces agissant sur la droite  $AB$ . Puisque la résultante des poids des différentes parties d'une droite passe par son milieu, une droite sera toujours en équilibre si elle sera suspendue par son point milieu.

*Une figure géométrique qui est symétrique par rapport à une certaine ligne, a son centre de gravité sur cette*

ligne. Prenons d'abord que la figure soit dans un même plan, prenons-la (*fig. 45*) par  $ADB C$  symétrique autour d'une droite  $AB$  sorte que les parties  $ADB$  et  $ABC$  sont égales en tout. Soient  $g$  et  $g'$  les centres de gravité de  $ADB$  et  $ABC$ . Alors si l'on renverse  $ADB$  sur  $ACB$ , il y aura équilibre parfaite, et le centre de gravité  $g$  tombera sur le centre de gravité  $g'$ ; donc en joignant  $g g'$  qui coupe  $AB$  en  $g$ ,  $g'$  sont égales. Or les forces agissant en  $g$  et  $g'$  sont aussi, puisque ce sont les poids des deux figures  $ADB$  et  $ACB$ . Leur résultante passe donc toujours par un point de  $AB$ ; c'est-à-dire que le centre de gravité est sur  $AB$ .

Une figure a deux lignes de symétrie, son centre de gravité se trouvera à la fois sur chacune de ces lignes, à leur point d'intersection qui est le seul point commun aux deux lignes.

Un parallélogramme étant symétrique autour de ses diagonales, son centre de gravité est à leur intersection pour centre de gravité l'intersection de ces diagonales.

Il est évident qu'une figure est symétrique autour d'un point, si elle l'est autour de toutes les lignes qui passent par ce point; alors ce point est évidemment le centre de gravité de la figure.

Un cercle et une ellipse étant symétriques autour d'un point, ont leurs centres de gravité en ces points. Par la même raison, une roue supportée par un axe qui passe par son centre, reste en équilibre pendant qu'elle tourne. Si l'on suspend un corps par l'une des extrémités de son axe de symétrie, il ne restera pas en équilibre tant que son centre de gravité ne sera pas dans la verticale  $G$  (*fig. 46*). Si le centre de gravité est dans cette ligne, et si le corps ne peut rester en équilibre, son centre de gravité ne soit dans la verticale passant par le point de suspension.

*Industrielle, 1<sup>re</sup> part.*

Les cadres des tableaux sont ordinairement de forme triangulaire (fig. 47) : or un rectangle est symétrique par rapport aux deux lignes qui joignent les points milieux des opposés. Si donc il est suspendu pour le point milieu de ses côtés, il restera dans la verticale, et ses deux côtés relatifs à cette ligne seront verticaux aussi.

65. Une surface courbe, ou un solide, sont dits triques autour d'une certaine ligne qu'on appelle axe ; par un plan perpendiculaire à cet axe, la section est trique et son centre de symétrie est sur cet axe. Si l'on coupe une surface courbe ou un solide par une série de très-petits les uns des autres, les centres de gravité des minces sections ou anneaux, entre chacun de leurs deux adjoints, sont dans l'axe de symétrie ; et la surface ou le solide se composent entièrement de ces sections, le centre de gravité du tout est sur l'axe. Si, par conséquent, un a deux axes de symétrie, comme le centre de gravité se trouvera à la fois sur chacun, il se trouvera à leur intersection. Ainsi la figure 48 qui est renfermée par six plans parallèles et opposés deux à deux, et qui est symétrique d'une ligne joignant deux quelconques des angles opposés son centre de gravité  $G$  à l'intersection de deux de ces plans et si on la suspend, ce point se trouvera immédiatement dessous de son point de suspension.

Une sphère est symétrique autour de son centre qu'il en résulte, est son centre de gravité. Un cylindre est symétrique autour de son axe et autour d'une ligne qui coupe son axe perpendiculairement. Ce point d'intersection est dans son centre de gravité.

66. Nous allons nous occuper maintenant des positions des centres de gravité de certains corps qui ne sont pas triques autour d'un point.

Pour trouver le centre de gravité commun à deux lignes  $AB$  et  $A'B'$  (fig. 50), divisons-les en deux parties égales en  $G'$  et  $G''$ . Ces points sont les centres de gravité de ces lignes, et les résultantes des forces qui agissent sur elles passent toujours par ces points. Ces résultantes des lignes  $AB$  et  $A'B'$ . Joignons  $G'G''$  et prenons un point  $G$ , tel que  $GG'$  multipliant le poids de  $AB$  multipliant le poids de  $A'B'$ . Alors la ligne glissant en  $G'$  et  $G''$ , qui est la résultante

forces du système, passera toujours par ce point G (fig. 51), quelque position que prenne le système dont conséquent le centre de gravité.

*trouver le centre de gravité de trois lignes formant un*

*s* (fig. 51) la demi-somme des poids A C et B C, la me de ceux A B et B C, et trouvons sur B C un tel que la première somme multipliée par G' C soit seconde multipliée par G' B. Trouvons, par un semblable, un second point analogue G'' sur A B. A G', G G'', et le point G sera le centre de gravité.

les lignes ont les mêmes centres de gravité que si poids étaient divisés, chacun en deux parties égales, blés à leurs extrémités. Supposons-les ainsi ras- A, B, C, le centre de gravité des poids rassemblés sera en G'. Donc le centre de gravité de tous les emblés en A, B, C, sera sur la ligne qui joint A et éme le centre de gravité de tous les poids sera sur G''. Or, puisqu'il doit se trouver à la fois sur ces s, il sera à leur intersection G.

*trouver le centre de gravité d'un plateau mince, ou forme de triangle.*

3 C (fig. 52) cette plaque triangulaire. Divisons le en deux parties égales au point M et joignons A M. le triangle divisé par des lignes parallèles à B C ment près l'une de l'autre. Soit P Q la portion entre deux de ces parallèles. Le centre de gravité de son point milieu q. Or le point q de la section chaque autre section semblable, est sur la ligne le chacune de ces sections a son centre de gravité

sant A B en deux parties égales au point N et joignons A N, on trouvera de même que le centre de gravité de triangulaire doit être sur C N. Il est donc au point d'intersection de A M et C N.

*trouver le centre de gravité d'une pyramide*

53), coupons-la par des plans P Q R parallèles à la base et très-près les uns des autres. Prenons le centre de gravité de cette base et joignons A G'. Cette ligne sera sur toutes les sections de la pyramide en des po-

( 33 )

également situés dans chacune, et passera par le point  
vif de la section adjacente à  $BCD$ , comme par tous  
les autres sections; le centre de gravité de cette  
triangulaire entre deux sections sera donc sur  $d$ .  
Or toute la pyramide se compose de ces plaques  
centre de gravité de toute la pyramide sera sur  $AG$   
si l'on prend le centre de gravité  $G''$  de la base  
qu'on joigne  $DG''$ , le centre de gravité de toute la  
sera sur cette ligne. Il est donc en  $G$  intersection  
et  $AG$ ,  $AG$  étant égal aux trois quarts de  $AG'$ .

## CHAPITRE V.

*Résistance d'une surface non exclusivement selon  
direction perpendiculaire à cette surface. — Preuve  
Angle limite de résistance. — Exemples.*

70. Nous supposons maintenant que les parties  
solide sont si fermement cohérentes qu'elles ne  
séparer par l'action d'aucune force qu'on fasse  
elles. Nous verrons ailleurs les limites dans lesquelles  
hypothèse devient une vérité. La question que nous  
traiter a rapport à la direction suivant laquelle la surface  
corps peut être pressée par un autre, de manière  
glisser dessus.

71. Supposons (Ag. 54) une masse  $A$  pressant sur  
masse  $B$ , par une force  $P$  agissant suivant une direction  
perpendiculaire à la surface commune des deux corps  
une seconde force agissant dans une direction  $q$   
cette surface. Les forces  $P$  et  $Q$  agissant suivant  
directions perpendiculaires l'une à l'autre, ne peuvent évi-  
pas se faire équilibre l'une à l'autre, et on s'atten-  
corps se mouvra dans la direction de cette dernière.  
Il peut d'ailleurs n'en être pas ainsi; car aussi la  
que la force  $Q$  n'excède pas une certaine limite, il n'y  
aucun mouvement. Il se produit donc dans le système



elle force faisant équilibre à  $Q$ , et c'est cette force qu'on le frottement. Il agit toujours suivant une direction ble aux surfaces en contact, et il est toujours, pour des es de même nature, la même fraction ou partie de la  $P$  qui presse ces deux surfaces, quelle qu'en soit la va- ou quelle que soit l'étendue des surfaces en contact.

te fraction se nomme le coefficient du frottement. Elle même pour les mêmes surfaces, de quelque étendue que les surfaces ou la force qui les presse l'une contre l'autre; et différente pour des surfaces différentes.

si, quand les deux surfaces sont de bronze, le coeffi- du frottement est représenté par la fraction  $\frac{1}{5,7}$ ; tan- e si l'une des deux surfaces est de bronze et l'autre d'al- l est de  $\frac{1}{7,2}$ .

Supposons maintenant (fig. 55) que la force  $P$ , au 'avoir sa direction perpendiculaire aux surfaces en con- it été imprimée obliquement. Menons par le point  $M$  direction de  $P$  rencontre ces surfaces, la perpendiculaire et complétons le parallélogramme  $PQM P'$ , en menant perpendiculaire à  $MP'$ . La force  $P$  étant alors repré- par la ligne  $PM$  est équivalente aux deux autres re- ntées par  $P'M$  et  $QM$ . La première  $P'M$  est celle qui e les surfaces l'une contre l'autre ; leur frottement l'une autre sera donc une certaine fraction de cette force  $P'M$ . conséquent, si l'autre force  $QM$  tendant à faire mouvoir urfaces l'une sur l'autre, n'excède pas cette fraction de ; ou, en d'autres termes, si  $QM$  n'est pas une fraction grande que le frottement l'est de  $P'M$  ; ou bien si cette on que  $QM$  est de  $P'M$  n'excède pas le coefficient de ment, il n'y aura pas mouvement ; et la force  $P$ , quelque le qu'elle soit, sera détruite par la résistance des sur-

, plus la direction de  $PM$  approche de  $P'M$ , plus  $QM$  n égal  $PP'$  est une moindre fraction de  $P'M$ . En sorte i l'on mène une ligne, faisant avec  $P'M$  un angle tel que tion de  $PM$  que sera  $PP'$  soit justement égale au coeffi- du frottement, on saura que pour toute direc- le  $P'M$ , elle sera moindre que ce coefficient s une force appliquée suivant une direction l'ans de cet angle, sera détruite par la rési-  
 28.

Cet angle peut s'appeler l'angle limite & dépend du coefficient du frottement, ayant s à celle de ce coefficient. Il est donc le même p de même nature, quelle que soit la quantité mais il est différent pour des surfaces diffé

73. Il suit de là qu'une force imprimée d'un corps solide, en repos, par l'interven corps solide, sera détruite, quelle que so pourra seulement que l'angle que cette dir la perpendiculaire à la surface n'excede pas t appelle l'angle limite de résistance à cette su rent, quelle que soit la grandeur de la fo la direction de la force vient en dehors de un peut être détruite par la résistance des s est vrai, quelle que soit la petitesse de la fo

Dans les ouvrages de mécanique, la dire quelle s'exerce la résistance d'une surface, s ésumé par la perpendiculaire au point de co savant abstraction, primitivement introduit les conditions d'équilibre, et diminuer les dif cles de la statique. Il est plus que douteux, tout de la science, qu'il y ait encore des rais une hypothèse directement opposée aux fait devenus étant fausses, les résultats, en déf vont contraires à l'expérience; et toutes les des sur cette hypothèse sont soumises à des frottement.

Après tout, s'il peut exister des surface ment polies pour que, libres de tout frottem truisant que les forces qui leur sont perpen ture ne présente ordinairement que des cor ment, de manière à détruire toutes les f suivant un angle moindre avec la perpendicu limite de leur résistance. Conséquemment, nous considérerons la résistance d'une surfz tant également en toute direction en deda

74. En marchant, le poids du corps es pos dans l'enfouissement des jambes, et leur paise est combattue par le frottement des Tout que l'inclinaison des jambes n'excede de résistance, les pieds ne glissent pas, quel

asse qu'ils supportent, ou la force musculaire qui les  
 e le sol. La plupart des substances qui forment la sur-  
 ent, de leur nature, rudes et dépolies, ayant un grand  
 imite de résistance. Tant que le sol sur lequel on che-  
 st en plan horizontal, on peut incliner ses jambes sui-  
 angle considérable à partir de leur position naturelle,  
 aucun danger de glisser, ainsi qu'on peut s'en assurer  
 ent en courant ou en sautant. Mais si le sol est incliné  
 ière que la direction suivant laquelle le poids du corps  
 tenu par les jambes, soit déjà inclinée à la surface, la  
 e inclinaison des jambes est suffisante pour amener la  
 n de pression en dehors de l'angle limite de résistance,  
 glisser le corps.

Le cas où l'angle limite de résistance est petit, une  
 inclinaison suffit pour amener une chute. Ainsi les  
 d'un homme glissent sous lui facilement quand il mar-  
 la glace, parce que l'angle limite de résistance entre  
 e et le cuir de la semelle des souliers est petit ; il faut  
 ire de petits pas et les incliner sous le moindre angle pos-  
 ar la même raison, on glisse plus facilement encore avec  
 liers ferrés.

Quand le pied est supporté par une mince plaque de  
 mme celle d'un patin, la portion de la surface de la  
 qui supporte la pression étant excessivement petite,  
 et le fer s'enfonce dedans. Le mouvement de côté est  
 empêché par le bord de côté de la glace dont la raie  
 en longueur, tandis que le bord en avant n'a qu'une  
 égale à l'épaisseur de la lame du patin. Le pied glisse  
 cilement dans la direction en avant, et il y a peu  
 ger d'un écart latéral.

La force musculaire qu'un homme déploie en mar-  
 est la même, à chaque pas, détruite entièrement par  
 stance de la terre quand un pied touche le sol, et re-  
 te quand l'autre pied est levé ; une portion s'exerce en  
 on verticale, l'autre horizontalement, et la première  
 te détruite par la résistance du sol.

Il est à peine quelque chose qui produirait un plus  
 inconvenient pour nous que la perte de ce frottement,  
 ous nous plaignons tant quand nous trouvons qu'il  
 érober la force que nous employons da-  
 at s'il n'existait pas, en tout et partout

les forces que nous produisons continuellement celles qui se produisent autour de nous, par lui-même, le monde serait à peine habitable.

S'il n'y avait pas de frottement, par exemple impossible à l'homme de se déplacer, sans l'obstacle fixe qui lui donnerait les moyens d'aller en avant. S'il n'y avait pas, dans le sol, que la résistance horizontale pour détruire le mouvement qu'il s'imprime à chaque pas, ce mouvement continu qu'à ce qu'un obstacle vint à s'interposer pour en sorte que la plus grande partie de son temps en oscillations entre des obstacles, naturels et que la surface de la terre opposerait à son mouvement d'ailleurs serait commune à tous les hommes et inanimés autour de lui. Le moindre ventrait; la plus légère inclinaison de corps l'entraînerait chaque chose qui lui échapperait de la main avec la force latérale qu'il ne pourrait manquer à muniquer en lâchant prise. S'il voulait s'asseoir glisserait sous lui, et quand il voudrait se coucher, ce lit s'éloignerait. Suivant toute probabilité donnerait la terre et habiterait sur les eaux cet élément plus stable.

78. La Table suivante contient la liste des pressions dont le frottement l'une sur l'autre agit avec la fraction constante de la pression que est pour chacune d'elles, et montre l'angle limite correspondant à cette fraction.

Nature des surfaces en contact.	Coefficient de frottement.	Angle limite de résistance
	$\frac{1}{69,81}$	
et glace	$\frac{1}{7,73}$	0° 40'
et glace	$\frac{1}{7,38}$	1 35
dur et bois dur	$\frac{1}{7,41}$	7 43
et fonte de fer	$\frac{1}{7,30}$	8 0
et acier	$\frac{1}{6,85}$	7 54
doux et acier doux	$\frac{1}{6,62}$	8 18
adur et acier	$\frac{1}{6,26}$	8 56
rgé et fer forgé	$\frac{1}{6,12}$	9 5
de fer et fonte de fer	$\frac{1}{6,00}$	9 17
dur et fonte de fer	$\frac{1}{5,87}$	9 27
de fer et fer forgé	$\frac{1}{5,70}$	9 40
et bronze	$\frac{1}{5,59}$	9 57
et fonte de fer	$\frac{1}{5,53}$	10 8
et fer forgé	$\frac{1}{5,28}$	10 15
doux et fer forgé	$\frac{1}{4,00}$	10 43
fer	$\frac{1}{3,78}$	14 2
et étain	$\frac{1}{3,30}$	14 49
et granit	-	16 52
aune et sapin jaune		9
grès		
laine et drap de laine		

*Nota.* Cette table est calculée d'après les expériences M. Rennie, sous la pression de 56 pounds (16 kil., 417 l'inch carré (929 cent. car., 006). Les coefficients de frottement raient un peu moindres pour de plus fortes pressions, et un plus grands pour de moindres pressions. Le rapport const de la pression au frottement, quoique très-près de la loi de résistance, ne semblerait pas dès-lors exprimer cettement cette loi.

## CHAPITRE VI.

*Plan incliné.* — 79. *Equilibre d'une masse placée sur un plan incliné et qui n'est supportée par rien autre que la résistance du plan.* — 80. *Equilibre d'une masse supportée en partie par une autre force agissant suivant une direction quelconque.* — 81. *La meilleure direction de la force pour qu'elle soit sur le point de donner du mouvement à la masse supérieure.* — 83. *Equilibre d'un cylindre sur un plan incliné, — indépendant du frottement.* — *La voiture.*

79. Supposons (fig 56) qu'une masse pesante dont le centre de gravité est G, soit placée sur un plan incliné AB; et qu'on demande de déterminer dans quelles circonstances cette masse sera juste au point de glisser en bas du plan.

Menons la verticale GM : toute la pression de la masse en bas peut être supposée agir dans la direction de cette ligne, et cette pression se trouvera complètement détruite par la résistance de la surface du plan, quand l'angle GPQ, que fait avec PQ perpendiculaire à la surface du plan, est égal à l'angle limite de résistance (art. 73). Or il est aisé de voir que l'angle GPQ est égal à l'angle BAC. Une masse quelconque sera donc supportée sur un plan incliné

tant que l'inclinaison du plan est égale ou inférieure à l'angle de résistance.

la masse, outre la résistance de la surface du plan, est (fig. 57) par une force égale au poids  $N$ , et agissant dans la direction  $Q P$ ; on peut déterminer dans quelles circonstances elle restera en repos, en prolongeant  $P Q$  jusqu'encontre avec la verticale  $G H$ , passant par le centre de gravité en  $a$ ,  $a d$  et  $a b$  étant pris pour représenter les poids  $N$  et  $N$ . Puis complétant le parallélogramme  $a b c d$ , de telle sorte qu'il ait  $a d$  pour diagonale,  $a c$  représentera la direction et la direction de la force nécessaire pour supporter la masse en équilibre (art. 21). Si cette direction n'est pas sur  $A C$ , au-delà des limites de résistance, la force nécessaire sera fournie par la résistance même du plan, la masse restera en repos. Si elle est au-delà de cette limite, la résistance du plan sera insuffisante pour suppléer la force nécessaire à soutenir les deux autres, et la masse des-

direction de la force  $a c$  est vers le haut, la tendance de la masse sera pour glisser vers le haut du plan, au lieu d'en glisser vers le bas; et pourvu que  $a c$  soit inclinée dans cette direction, au-delà de la limite de résistance, le mouvement sera *sur le point de commencer*.

Essayons maintenant dans quelle direction la force  $N$  doit agir, pour conserver l'équilibre dans ces circonstances, avec la moindre force possible. Prenons  $a d$  (fig. 58) précédemment pour représenter le poids de la masse, et  $a c$  dans la direction limite de résistance en haut. Par  $d$  menons  $d b$  parallèle à  $a c$ . Alors la ligne  $a b$  jusqu'à la rencontre de  $d b$ , représentera en quantité une force telle qu'elle maintiendra juste la masse en équilibre (art. 21); car menant  $d c$  parallèle à  $a b$ , cette force et  $a d$  auront pour résultante  $a c$ , qui se trouve dans la direction de la résistance, où elle est complètement détruite par la résis-

toutes ces lignes qui peuvent être menées de  $a$  sur le plan, la plus courte qui lui sera perpendiculaire est la plus courte. Cette direction est donc dans la direction de la moindre force et la résultante est la plus grande. C'est dans cette direction qu'une force doit agir, la force d'un cheval par exemple, s'il n'y a pas d'autre condition nécessaire à l'équilibre, si ce n'est qu'il faut que la résultante des forces

masse passe par cette portion de sa surface en contact avec le plan (art. 55). Elle serait le point de se renverser si  $ac$  prolongée passait par les points  $K$  ou  $L$ .

83. Si le corps ne repose sur le plan que par un point, la résultante doit passer par ce point. Supposons un cylindre (fig. 59) dont le centre soit  $G$ , et sur lequel une force  $N$  est appliquée soit précisément celle qui le met en équilibre. Alors, puisque deux des forces qui agissent sur le corps sont en repos, savoir la force  $N$  et le poids de la masse, leur résultante, qui passe par le point  $G$ , la résistance  $R$  leur résultante, passe par le même point (art. 55). La résultante passe aussi par le point  $L$ ; si donc elle agira suivant cette direction. Pour prouver qu'elle s'accroît, la résultante serait entraînée dans la même direction et si la masse était mobile autour de  $G$ , elle tournerait sur ce point.  $LG$  étant un rayon du cylindre, est perpendiculaire au plan avec lequel il est en contact. Dans ce cas particulier, sa résistance s'exerce dans une direction perpendiculaire à sa surface; en d'autres termes, les conditions de l'équilibre ne sont pas affectées par la forme des surfaces. Ainsi la roue d'une voiture, qui surmonte un obstacle à sa marche et pas de frottement, ne peut remonter un plan incliné par le moyen d'une force, pourvu qu'elle fût un peu plus grande que celle nécessaire à la maintenir sur ce plan.

84. Prenons  $Ga$  pour représenter le poids de la masse,  $ac$  parallèle à  $GP$ , et  $cb$  parallèle à  $GP$ ;  $cb$  représentera la grandeur de la force  $N$  nécessaire pour terminer l'équilibre, sur la même échelle que le poids et  $Gc$  la résistance.

85. Si  $GP$  (fig. 59) est parallèle à  $AC$ , et à raison de la similitude des triangles  $GP$  et  $AC$ , si, dans ce cas, l'on prend  $AC$  pour représenter la masse supportée,  $BC$ , à la même échelle que le poids  $N$  nécessaire à la supporter, et  $AB$  la résistance.

86. Si  $GP$  (fig. 60) est parallèle à la surface,  $BC$  étant pris pour représenter le poids  $N$ ,  $AB$  représentera celui du poids  $N$ , à la même échelle que les triangles  $Gac$  et  $ABC$ .

Dans le premier cas, divisant  $AC$  en



qu'il y a d'unités de poids dans G, il y aura autant dans le poids G, qu'il y en aura dans BC; dans le cas, divisant BC en autant d'unités qu'il y en a dans G, la valeur de N sera déterminée par le nombre de ces unités dans AB.

## CHAPITRE VII.

*Plan incliné mobile. — 86. Circonstances dans lesquelles il est possible de le faire glisser sur une masse qui est pressée contre lui par des forces données. — 87. Le coin. — 88. L'angle ne doit pas excéder l'angle limite de résistance. — 89. Circonstances dans lesquelles le coin ne peut être déplacé par aucune pression de la masse dans laquelle il est enfoncé par son dos. — 90. Exemple de l'emploi du*

Supposons maintenant mobile le plan incliné que nous avons considéré comme fixe jusqu'ici. La force nécessaire pour le maintenir en repos est égale et opposée à la réaction qu'il supporte; c'est-à-dire qu'elle est égale à la force (58) et suivant la direction  $S\alpha$ .

Supposons que toutes les forces qui agissent sur une masse  $M$  (fig. 61) ont pour leur résultante une force agissant dans la direction PQ. Prolongeons PQ jusqu'en  $m$ , et faisons  $mQ$  pour représenter la force résultante. Une force  $nQ$  agissant en quantité et en direction par  $mQ$  maintiendra le plan en repos. Menons Qn perpendiculaire à la direction PQ. Les forces représentées par  $mQ$  et  $nQ$  sont alors équivalentes à la force représentée par  $mQ$ . Donc elles maintiendront le plan en repos. Mais s'il repose par sa base AB sur un plan incliné, la force verticale  $mQ$  sera détruite par la réaction du plan. Pour maintenir le plan incliné en repos, il faut dès-lors, en supposant le plan AB sans frottement, que la force  $nQ$  agisse dans la direction PQ.

frottement, c'est d'appliquer en  $n$ , derrière  $n'$ , représentée en grandeur et en direction.

L'angle que  $PQ$  fait avec la perpendiculaire à la face du plan, sera toujours égal à l'angle limite, quelle que soit la force  $n$  appliquée derrière que la force  $PQ$  soit détruite par la résistance de la masse fixe dont  $M$  forme une partie, ou qu'elle aboutisse; et pourvu que la direction de  $nQ$  limite de frottement en  $Q$ . En effet si la direction de  $nQ$  eût été dans la limite de résistance, cette force eût été complètement détruite de la masse  $M$ , en sorte que  $PQ$  et  $nQ$  la même ligne droite, et qu'aucune réaction auquel pose le corps n'eût été nécessaire à l'équilibre; cette force  $nQ$  est en dehors de l'angle limite en  $Q$ , en sorte que la résistance de  $N$  soit pour le soutenir, il ne faudra que la plus faible réaction du plan  $AB$  pour la rendre suffisante, ou pour que  $nQ$  une résultante  $nQ$ , qui soit juste dans l'angle limite.

Si la force  $n$  s'accroît assez pour que la réaction du plan  $AB$  cesse, et le plan se mouvra dans la direction de la réaction du plan  $AB$  cessera, et par l'action dont la direction est supposée dans l'angle limite, et qui est la seule qui agisse maintenant, et qui est la seule qui agisse maintenant, le plan glissera sur la surface de  $M$ , jusqu'à ce qu'il vienne de nouveau en contact avec le plan  $AB$ ; et employée de cette manière, l'action du plan sera semblable à celle du coin.

87. *Le coin.* Soient  $M$  et  $M'$  fig. 62, les deux lames pressées sur les faces d'un coin  $CAC$  égales agissant dans des directions  $PQ$  et  $Qm$  et  $Q'm'$  pour représenter ces forces, les en  $n$ ,  $Qn$ , et  $n'm'$ ,  $Qn'$ . Parmi ces forces,  $n$  et  $n'm'$  sont égales et agissent sur le coin en directions opposées. Elles se détruisent donc l'une par l'autre.  $Qn'$  sont détruites par une force  $R$ , appliquée au milieu du dos du coin et égale à la somme des deux autres. On voit que les directions

dans ces circonstances, avec la perpendiculaire  $AC$  et  $A'C'$ , des angles égaux aux angles limite ; de plus, que lorsque les forces  $mQ$  et  $nQ$  ont à excéder les résistances en  $M$  et  $M'$ , le coin se déplace, et produit une séparation nouvelle du solide l'un de l'autre.

Passons au cas d'une masse amenée en contact avec un plan incliné par la résistance d'un obstacle in-  
Soit  $RQS$  (fig. 63), un angle égal à celui du coin. Menons  $QP$  parallèle à la base du plan. Alors si  $QPS$  devenait plus grand que  $RQP$ , la direction de la force  $Q$  l'angle de résistance, et aucune force, quelque grande qu'elle soit, appliquée au dos du plan, ne peut le faire passer la masse  $M$ .

$RQP$  est égal à l'angle  $ACB$ . Le plan ne peut pas passer si l'angle limite de résistance excède celui de la verticale.

Passons maintenant le coin poussé, et considérons que la substance dans laquelle il est poussé doit résister de ses côtés pour le chasser dehors.

(fig. 64), la direction de la résultante des forces sur la face  $AC'$ , laquelle étant propagée à travers le coin tend à faire glisser la face  $AC$  sur la surface sur laquelle elle est en contact. Menons  $QR$  perpendiculaire à la face  $AC$  en ce point. Alors si  $PQR$  n'est pas plus grand que l'angle limite de résistance, aucune force que la masse  $M$  applique au coin est entré puisse avoir pour le chasser, à moins qu'elle ne soit plus grande qu'à bout.

On comprend très-bien comment une substance dans laquelle un coin est enfoncé, puisse opposer une résistance à son mouvement en avant, il est difficile de concevoir comment cette substance exercerait un effort pour le chasser, et pour le chasser, autrement que suivant la direction perpendiculaire aux côtés du coin, surtout si la substance est fibreuse.

Supposons alors  $QR$  perpendiculaire à  $AC'$ , l'angle  $PQR$  égal à  $PQR$ . Dans cette hypothèse, donc, si l'angle  $PQR$  n'est pas plus grand que l'angle limite de résistance, le coin sera fixé ferme dans la substance où il est enfoncé.

La propriété du coin le rend éminemment utile

charpenterie; l'application suivante est une  
nombreuses qu'on en fait. Supposons qu'on  
deux pièces de charpente  $AB$  et  $A'B'$  *fig.*  
raison d'économie, ou pour éviter la ruine  
ronille, on ne veuille pas se servir de boul  
connons dans chaque pièce deux mortaises  
 $acc'a'$  et  $bcc'b'$ , de grandeurs égales à leur  
mités. Réunissons les pièces, ces extrémités  
coïncideront. Ayons deux pièces de bois dur,  $a$   
 $a'cb$  (*fig.* 66), dont la face  $a'cb$  corresponde  
la *fig.* 65, mais dont l'extrémité supérieure est  
étroite que  $b$ . Plaçons ces deux morceaux dans  
les forces correspondantes coïncidant. L'es  
entr'elles aura la forme d'un coin, à raison  
sus en est plus étroit que le dessous. Chacune  
dimension convenable. Si l'angle du coin est  
une force exercée sur les côtés ne pourra le  
quemment aucune force possible ne pourra  
pièces de charpente. Cette méthode est en usage  
pour assembler les pièces des immenses char  
de bois qu'on y construit.

91. Il n'est pas d'instrument dont les ap  
plus nombreuses que celles du coin. Les clo  
aiguilles, les haches, les sabres, etc., etc., on  
dées sur le principe du coin. Comme exemple  
sance du coin, on peut dire que les vais  
sont sur chantier, sont aisément lancés à l'  
sont chassés sous leurs quilles.

Un ingénieur qui avait construit une hau  
minée pour un fourneau, s'aperçut, après  
que par la faute des fondations elle commen  
Il réussit à la remettre d'aplomb en chassant  
l'un de ses côtés (1).

(1) La puissance énorme du coin tient surtout  
foncé par impact. La résistance sur ses côtés est  
pression, et l'on verra, dans la suite de cet ouvrage  
le moment d'impact pour une force de choc, qu  
soit. La séparation momentanée de la masse est  
avant du coin.

2. La résistance au mouvement d'un coin dépend non-seulement de l'angle à son sommet, mais de la profondeur à laquelle il est entré, et conséquemment de l'étendue de la surface par laquelle il est pressé; elle dépend en outre de la rigidité dont les particules de la masse sont déplacées. En effet, par raison de leur élasticité, ces particules tendent à se rapprocher avec une force proportionnelle à leur déplacement. Il est entré profondément.

Le coin  $ACC'$  (fig. 67) étant entré par l'action de la force  $P$  qu'à une certaine profondeur dans la masse  $MN$ ; supposez qu'une seconde force  $Q$  lui soit appliquée, sa position restant d'ailleurs la même. Cette force  $Q$  pressera la surface  $AC$  contre la masse entre  $M$  et  $M'$ , et si elle est suffisante, elle éloignera cette masse, en sorte que le sommet du coin entrera une nouvelle surface  $M'N'$ , parallèle à  $MN$ , et entrera ainsi que l'avait fait précédemment la force  $P$ . lieu d'agir séparément, les forces  $P$  et  $Q$  agissent ensemble, l'effet sera précisément le même, leurs directions étant perpendiculaires l'une à l'autre. Telle est la théorie de la formation d'une série de coins de ce genre, employés sur le bord d'une feuille d'acier mince, et tendus par son poids à enfoncer les pointes de ces coins dans la substance où on la fait travailler, tandis que son bord longitudinal présente continuellement une surface à leur action. Quand les dents sont petites, les pointes de la substance entre chaque système de deux dents sont portées à la force nécessaire à leur mouvement est considérable. Aussi les scies à grandes dents s'emploient-elles dans les substances tendres, et celles à petites dents pour les substances dures.

Les instruments tranchans agissent comme la série de coins tranchans, formés par l'aiguisage, même des coins. Les faux, les couteaux, les sabres, sont de ce genre; seulement les dents du tranchant sont à distinguer à la vue simple. Dans le sciage des pierres, on ne se sert que d'une lame de métal doux; les petites pierres se scièrent de pierre, ou la poussière de quartz se mêle par l'action de la lame.

son mouvement de va et vient sur la pierre, agissent comme autant de coins. Les pierres les plus dures se par ce moyen, et pour le granit on emploie l'émeri.

Pour tailler le verre, on mêle de l'émeri à l'eau travaille avec une roue à bord tranchant ayant un mouvement rapide; pour la taille des pierres précieuses, c'est poussière de diamant que l'on mêle à l'eau sur la point tige de fer doux tournant sur son axe avec une rapidité. Les cristaux ou les gemmes à tailler, sont alors contre l'outil qui les coupe avec une étonnante facilité à raison des petits coins que fournissent et la poussière ployée et celle qui se forme par la taille.

Les limes sont ordinairement des barreaux d'acier les surfaces sont armées de petits coins, et dont l'action précisément la même que celle de la scie.

Le rabot n'est autre chose qu'un coin qui, au lieu des dents comme une scie, dans une feuille de métal est d'une grande épaisseur et a son axe faiblement incliné ce qui fait que le tranchant pénètre dans la substance biter. Son action est précisément analogue à celle de d'une scie.

## CHAPITRE VIII.

*Levier.* — 93. *Conditions de son équilibre.* — 96. *Réact de son point d'appui.* — 97. *Applications du levier.* — 99. *Effet du poids du levier.* — 100. *Balance romaine.* — 101. *Peson.* — 102. — *Balance danoise.* — 103. *Balance ordinaire.* — 104. *Balance dont on se sert pour déterminer l'étalon de poids.* — 105. *Balance à levier courbe.* — 106. *Leviers composés.* — 107. *Machine à peser bascule.* — 108. *Point d'appui d'un levier.* — 109. *Point d'un Levier.* — 110. *Roue de voiture.*

Le levier est une barre inflexible qui repose par un point contre un obstacle invincible et soutient une force appelée *résistance*, à l'une de ses extrémités, par l'action d'une autre force nommée *puissance*, appliquée à l'autre extrémité.

94. Il y a trois espèces de leviers.

Dans celui de la première espèce (*fig. 68*), la puissance  $P$  et la résistance  $R$  sont appliquées sur les côtés opposés au point d'appui  $C$ .

Dans celui de la seconde espèce (*fig. 69*), la résistance est entre la puissance  $P$  et le point d'appui  $C$ .

Dans celui de la troisième (*fig. 70*), la puissance  $P$  est entre la résistance  $R$  et le point d'appui  $C$ .

95. Dans tous ces leviers, si on les regarde comme n'ayant pas de poids, l'équilibre dépend de la simple loi que voici :

La puissance multipliée par la perpendiculaire abaissée du point d'appui sur sa direction, doit être, pour qu'il y ait équilibre, égale à la résistance multipliée par la perpendiculaire abaissée du point d'appui sur sa direction. Cette loi déduit aisément du principe général que nous avons énoncé (art. 35), et que voici :

« Quand un nombre quelconque de forces, agissant sur le même plan, sont en équilibre, si l'on prend un

quelconque par rapport auquel on compte des différentes forces du système, la somme des forces qui tendent à faire tourner le système autour de ce point, est égale à celle des moments qui tendent à le faire tourner dans l'autre sens.

Dans chacune des espèces de leviers dont nous avons parlé, prenons le point d'appui, pour le point C, auquel les moments doivent être comptés ; les perpendiculaires  $CM$  et  $CN$ , du point  $C$  aux directions de la puissance et de la résistance. D'après le principe de l'égalité des moments, il en résulte que, pour toute espèce de levier, la même loi d'équilibre a lieu :  $R \times CN = P \times CM$ .

Il est évident, d'après cela, que lorsque  $CM$  est plus grand que  $CN$ , la puissance  $P$  est plus grande que la résistance  $R$ , ou la résistance est plus petite que la puissance, et cette inégalité peut être changée qu'on le veut en diminuant la perpendiculaire  $CN$  ; l'on peut augmenter la résistance qu'une puissance produira dans une étendue quelconque, en diminuant de levier auquel elle est appliquée, ou rapprochant de plus en plus du point d'appui. Dans la première et de la seconde classe, la résistance est plus grande que la puissance ; dans ceux de la troisième classe, la puissance est plus grande que la résistance.

Il existe une erreur populaire prenant sa source dans le fait, et qu'il est bon de remarquer. On croit que, par l'intervention du levier, la plus grande résistance peut être vaincue par la moindre puissance. C'est une erreur. Une force plus grande ne peut, dans aucune circonstance, être détruite par une force moindre. Par le moyen du levier, une portion de la résistance est supportée par le point d'appui, le tout se

(1) Le levier est tenu en repos par trois forces ; si nous prenons le point d'application de l'une d'elles pour le point C, auquel on mesure les moments, nous avons fait disparaître le moment de cette force, puisque la perpendiculaire sur sa direction est nulle ; le produit de la force par cette perpendiculaire est donc nul. Choisissons le point  $C$ , le principe d'égalité des moments donne  $P \times CM = R \times CN$ , ou  $P$  et  $R$  un rapport *indépendant* de la réaction au point  $C$ . Si nous eussions pris un autre point, ce rapport eût été différent de celui de cette réaction que nous avons supposé ne pas co



lui d'application de la puissance. La même règle aux différens cas où, par l'emploi d'une moindre force arrive à en tenir une plus en équilibre.

Dans chacun des cas le levier est maintenu par trois forces, à savoir, la puissance, la réaction du point d'appui, il s'ensuit que les trois forces doivent concourir en un même point. Dans chaque genre de levier, le point de concours de la puissance et de la résistance est en Z (fig. 68). La direction de la troisième force, qui est la réaction du point d'appui, se trouve en ce point; or elle passe par C, dans tous les cas; donc en joignant Z C, indiquera la direction de la réaction. Pour en déterminer la valeur, abaissons de l'une des extrémités A des perpendiculaires, l'une sur la direction de la puissance, l'autre sur Z C. Dès-lors, d'après le principe de l'égalité des momens, le produit de la puissance par la force est égale au produit de la réaction du point d'appui; par conséquent les perpendiculaires B K et B L partant de B (fig. 68),  

$$B K = (\text{réaction en C}) \times B L.$$

Les deux conditions ainsi établies, on peut aisément résoudre les problèmes suivans.

1. Connaissant la quantité et la direction de la force appliquée à une des extrémités d'un levier, déterminer celle appliquée à l'autre extrémité opposée, juste pour le balancer.

2. Connaissant les forces appliquées au bras d'un levier, déterminer la réaction sur le point d'appui.

Les conditions que nous avons établies déterminent, d'après la forme du levier, le rapport d'égalité des forces. C'est vrai, les conditions d'équilibre pour des systèmes quelconques.

Le levier peut être angulaire comme celle des mouvemens (fig. 71); courbe comme celle d'une pince ou d'une manivelle, ou composée comme celle du balancier. Dans la pince (fig. 72), la puissance est exercée par la main; le point d'appui est quelque substance sur laquelle s'engage la partie courbe de la pince, et le poids à soulever.

Le levier coudé s'applique avec succès à la scie à b mue par mécanique (*fig. 73*); un levier  $BAC$  est fixé par joint au barreau  $CD$  qui s'attache à la scie en  $D$ . La puissance est appliquée en  $P$ , dans la direction  $BP$ ; le point d'appui se trouve en  $A$ , et comme  $C$  doit marcher vers point et s'en éloigner alternativement, la scie a ce mouvement de va et vient.

Une paire de tenailles dont on se sert pour arracher clou, combine une double action du levier. Les deux étant sollicités à leurs extrémités par des forces représentées chacune par  $P$  (*fig. 74*), saisissent le clou en  $R$ , avec une force d'autant plus grande que  $AR$  est moindre par rapport à  $AM$ , ou telle que  $P \times AM = R \times RA$ . La tenaille agit encore pour tirer le clou d'après le principe du levier dont le point d'appui est  $C$ ; si l'on tire dans la direction de la résistance du clou et dans la direction où la pression de la main tend à le forcer par en bas, suivant les perpendiculaires  $CN$  et  $CN'$ ; cette dernière force sera moindre que la première dans le rapport suivant lequel  $CN'$  est moindre que  $CN$ .

Les ciseaux, cisailles, pincettes, tisonnier, fléaux de lance, etc., etc., sont des leviers de première classe, ayant la puissance et la résistance des deux côtés du point d'appui.

Les machines suivantes appartiennent à la seconde classe des leviers, ayant la puissance et la résistance du même côté du point d'appui, mais la puissance en étant plus éloignée.

La brouette — dans laquelle l'axe de la roue est le point d'appui; le poids de la brouette et le fardeau composent la résistance; la force musculaire de celui qui la mène est la puissance. La rame d'un bateau — pour laquelle l'obstacle de l'eau au mouvement de la pelle de la rame, forme le point d'appui; la résistance est la charge du bateau, et la puissance la force musculaire du rameur. Ainsi la force à laquelle le bateau marche est à celle exercée par le rameur comme la distance du milieu de la partie de la rame plongée dans l'eau au point où il tient la rame, est à la distance du même point au flanc du bateau. Les casse-noisettes ordinaires sont des exemples du même genre, le point d'appui étant dans la charnière, la résistance dans la coquille

, et la puissance dans la main de celui qui fait le casse-noisette.

La troisième classe de leviers, dans lesquels la puissance agit entre le point d'appui et la résistance, apparaît dans les reins des animaux. Les points d'appui sont dans les os, la puissance dans les muscles qui l'exercent par l'intermédiaire des tendons, dont les attaches sont très-loin du point d'appui et les directions très-obliques à la direction de la résistance; arrangement indispensable pour en conserver la symétrie. On voit dès-lors que la puissance nécessaire pour soutenir même le poids des reins est énorme.

La puissance musculaire animale est probablement l'une des plus grandes forces qui existent. Le grand Albatros a une telle force à ses ordres, qu'agissant dans une direction perpendiculaire du joint à l'extrémité du bec, il peut lever à une distance de quatre mètres, et en frapper fortement tout ce qu'il veut ainsi étendue.

La quatrième classe de leviers, dans laquelle un petit mouvement de la puissance produit un plus grand dans la résistance, et dans laquelle la puissance est moindre que la résistance. Le plus commun est celui du tour, une paire de pinces, ou l'ancienne tondeuse à tondre les moutons, en sont des exemples. Dans ces leviers, la puissance et la résistance sont toutes deux perpendiculaires aux bras du levier (*fig. 75 à 77*), les perpendiculaires sur leurs directions, à partir du point d'appui, les distances mesurées par le bras de levier lui-même, les conditions d'équilibre se réduisent alors aux suivantes : la puissance et la résistance étant chacune multipliée par la distance de son point d'application au point d'appui, les produits soient égaux ; ou que

$$P \times CA = R \times CB.$$

La condition sur le point d'appui est évidemment égale à la condition sur le point d'appui, quand elles agissent sur les mêmes côtés, comme dans les leviers de la première classe, et quand elles agissent du même côté, comme dans les

leviers de seconde et de troisième classe, en différence.

99. Nous avons considéré jusqu'ici les forces du levier, comme n'étant qu'au nombre de trois : la puissance, la résistance, et la réaction du point d'appui.

Le levier cependant est en réalité soumis à l'influence de plusieurs autres forces, dans le poids de chaque bras.

On a vu que leur influence sur l'équilibre est précisément la même que si elles étaient appliquées au centre de gravité. Soit  $W$  le poids du levier, posé rassemblée au centre de gravité  $G$  du levier, outre les forces  $P$  et  $R$  en  $A$  et  $B$ , et par une troisième force  $W$ , verticale et perpendiculaire sur cette verticale qui passe par le centre de gravité, que les moments soient ensemble égaux à celui de  $R$  (art. 98).

$$P \times CM + W \times CK = R \times BK$$

Il est évident que le poids du levier agit comme la résistance, suivant que le centre de gravité est du même côté du point d'appui qu'elle, ou du contraire. Il est évident aussi que si le levier est fait de telle sorte que son centre de gravité tombe précisément au point d'appui, ou le fasse osciller librement sur ce point, aucune influence sur l'équilibre, et pourra pas exister.

100. *Balance romaine.* — Tel est le cas de la balance romaine, ou peson italien (fig. 79). Un plateau est attaché au bras du levier le plus court, ce bras étant pour maintenir tout le système en équilibre au point d'appui  $F$ . L'effet du poids de la balance est le même. Le bras le plus long est divisé en parties égales à la longueur du bras le plus court, et en outre des subdivisions. Un poids  $P$ , mobile sur le levier, y est suspendu au moyen d'un anneau, et que ce poids est placé sur la première, la deuxième, etc., etc., des divisions du bras de mesure, le moment est évidemment égal à celui du même poids sur le plateau, ou bien au double, au triple, etc. Il contre-balance un poids égal, double ou triple de celui du plateau. Supposons que les subdivisions soient

ne d'elles sur lesquelles le poids  $P$  sera porté, à partir étant égale à un dixième de  $FB$ , accroîtra son moment dixième de  $P \times FB$ . Pour conserver l'équilibre, le nt du poids dans le plateau doit s'accroître de la même ité, tandis que la distance  $FB$  reste la même ; con- nment le poids lui-même doit s'accroître d'un dixième auquel cas le moment s'accroîtra d'un dixième de  $P$  3, ainsi qu'il le faut. On voit dès-lors que si l'on fait ir  $P$  d'une fraction quelconque des divisions ou sub- ms, le poids dans le plateau devra s'accroître d'une fraction de  $P$ , pour que l'équilibre ne soit pas trou- t qu'en conséquence on peut peser tout article mis e plateau, à l'aide de l'échelle des divisions ou des isions, ou même d'une quelconque de leurs fractions.

*Peson.* — Celui actuellement en usage (fig. 80) diffère de la romaine. Il a deux points d'appui, par lesquels il tre indistinctement suspendu, et deux échelles de di- qui leur correspondent en partant de chacun des cô- posés du long bras. Cet instrument est rarement fait s'équilibrer de lui-même sur l'un ou l'autre de ses d'appui ; l'erreur qui résulterait de l'action inégale poids, se corrigeant en commençant les divisions à du point où le poids  $P$  équilibre lui-même l'instru- Les divisions y sont aussi des parties égales à la dis- du point d'appui au crochet de support des objets à et les subdivisions en sont des fractions égales.

est évident que puisque  $P$ , quand il est au commence- les divisions, ou bien au zéro de l'échelle, détermine é des momens de l'un ou de l'autre côté du point i ; il faut, quand on le veut, lui faire équilibre par is suspendu au crochet et qui soit la même fraction même multiple du poids, que l'espace parcouru sur du levier l'est des subdivisions ou des divisions de e. Chaque division ou subdivision du grand bras cor- il ainsi à un poids égal au même multiple ou à la fraction du poids mobile, que cette division ou sub- n est multiple ou fraction du petit bras.

*Balance danoise* (fig. 81). — Elle diffère du peson, ue c'est son point d'appui qui est mobile, et non plus s. Sa construction est plus simple que celle de toute balance, car ce n'est qu'une verge portant un poids à



Il faut cette balance la plus sensible de toutes, parce que la moindre inégalité de poids cause la plus grande déviation de la horizontalité du fléau. Or cette déviation est évidemment plus grande, d'abord suivant que la distance de A B où le poids est amené par l'inégalité des poids est plus grande, et que la longueur du fléau est plus considérable. Ensuite cette déviation est d'autant plus grande que le point K', intersection de la ligne B avec SS' qui joint les points de suspension, est plus éloigné de F (1). La déviation est d'autant plus grande enfin que le poids du fléau agissant en G est moindre et que ce point G est plus près du point d'appui. Le point K est ordinairement amené à une coïncidence parfaite avec F, quand la balance n'est pas chargée, la ligne qui joint les points de suspension passant par le point d'appui. Le point G se met alors en dessous du point d'appui. On peut se demander quel arrangement est le meilleur.

Il faut voir que, dans la position horizontale du fléau, s'il est inégalement chargé, le moment de son poids réuni en G disparaît, et qu'il agit suivant la verticale A B passant en F. Le fléau peut donc rester dans cette position, qu'autant que les poids agissant en S et S' sont égaux; ou si les distances KS et KS' sont égales, qu'autant que les poids eux-mêmes sont égaux. Une telle balance indiquera donc parfaitement si les poids placés dans les plateaux sont égaux, et ce sera une bonne balance.

Même si les distances KS et KS' sont inégales, le fléau peut rester horizontal qu'avec des poids inégaux dans les plateaux; et quoiqu'il reste bien en équilibre quand il n'y a aucun poids dans les plateaux, ce sera une fausse balance. On peut cependant s'en servir pour peser aussi bien qu'avec une balance ordinaire, si après avoir placé dans l'un des plateaux des poids qu'ils fassent équilibre à l'objet à peser dans l'autre, on relève et qu'on observe quels poids placés dans ce plateau on l'a enlevé rétablissent l'équilibre; ce dernier sera précisément celui de l'objet à peser, et cette méthode, dite *double pesée*, est peut-être la plus exacte de toutes.

Il faut que l'élevation des points de suspension sur le point d'appui ne dépasse certaines limites au-delà desquelles le poids renverserait le fléau.

celles qu'on peut employer pour s'assurer du poids d'un objet quelconque.

104. Il y a peu de machines usuelles d'une construction plus difficile qu'une bonne balance ; surtout quand elle est destinée à peser de lourdes masses. La combinaison de sa solidité et de son ajustage exige une grande habileté de la part de l'artiste.

La *fig. 84* représente une balance faite par M. Bate pour déterminer le poids de l'étalon *Bushel* (30 litres, 280), et cette balance est remarquable par la combinaison de son ajustage et de sa solidité.

La légèreté et la sensibilité de la balance, le fléau est fait en une seule pièce, sous la forme qu'on lui a donnée, le rend plus solide et plus apte à supporter une charge avec plus de masse.

Le fléau est percé près de son centre de gravité, et dans cette ouverture est logée transversalement une masse solide de bronze L, dans laquelle est une pièce d'acier poli en forme de coin, qu'on nomme couteau 1/, dont la section est représentée en F (*fig. 85*), et qui garnit complètement le travers du fléau. Ce couteau est soigneusement ajusté à angles droits à la surface du fléau, au moyen de vis que l'on voit dans la figure, et de manière à pouvoir glisser au-dessus du centre de gravité de la masse, à l'aide de vis de rappel qu'on ne voit pas dans la figure.

Passant par la même ouverture, mais entièrement détachée du fléau et reposant sur les colonnes C C' d'un autre côté, se trouve une autre masse de bronze, sur laquelle est fixée une plaque d'acier M, traversant le fléau et supportant le couteau sur toute sa longueur.

Quand la balance est en action, cette plaque en supporte tout le poids et celui des masses à peser, tandis que le couteau est le point d'appui sur lequel oscille le tout.

Dans la traverse que supportent les colonnes C C' et qui porte la plaque d'acier M, est une ouverture dans laquelle passe

(1) On avait cru d'abord que le tranchant du point d'appui était essentiel à la sensibilité d'une balance, et c'est pour cette raison qu'on se servait souvent de couteaux très-minces pour points d'appui. Mais on a prouvé depuis qu'un angle assez considérable pouvait être au point d'appui, sans empêcher l'oscillation, et avec lequel on ne se s'endommager si facilement.



une pièce de bronze en forme de fourche N qui fait partie de l'assemblage D E D', entièrement détaché du fléau que la balance fonctionne, mais qui peut l'élever par le mouvement du pied H, de manière à ce que la fourche en N atteigne une pièce saillante L dans la masse qui porte le couteau qui est fixée dans le fléau. En continuant le mouvement du pied H, le fléau et avec lui le couteau peuvent être soulevés de la plaque sur laquelle ils reposent, en sorte qu'on évite la fatigue de pression *continue* sur le couteau.

Sur des pièces saillantes aux extrémités du fléau, et précisément à égales distances du point d'appui, sont fixés travers du bras supérieur deux autres couteaux F' (fig. 8) semblables au premier, à angles droits au plan de la surface. Ils sont ajustés de même, mais leurs tranchants sont *par en ha*. Les plateaux sont attachés chacun par un crochet à une pièce représentée en S' et composée de deux parties, dont chacune en forme d'étrier, reçoit l'extrémité du fléau, et s'y lie en dessous par une plaque d'acier M', qui repose sur le tranchant du couteau; tandis qu'elle porte en dessous une traverse où s'attache le plateau. On a ainsi la suspension parfaitement exacte du plateau sur le fléau, et d'où dépend surtout la sensibilité de la balance; avec l'inclinaison du fléau, n'arrive pas la rotation simultanée des deux plateaux autour de leur support; l'effet de l'extrémité montante du fléau est le même sur le plateau que s'il était suspendu à une distance beaucoup plus grande de son point d'appui que son point actuel de suspension; l'effet de l'extrémité descendante du fléau est au contraire bien moindre. Ces deux causes existant toujours à la fois, même à un faible degré, tendent à empêcher le mouvement du fléau et peuvent affecter sérieusement sa sensibilité.

L'assemblage D E D' porte à ses extrémités deux fourchettes de bronze N', semblables à celles en L, de chaque côté du fléau. Quand l'assemblage est à son point le plus bas, les fourchettes sont à quelque distance du fléau et le laissent aller librement; mais quand l'assemblage s'élève par le mouvement du pied H, elles atteignent les pièces saillantes L' et L'' et les étriers, et soulèvent les plaques qui les portent du couteau sur lequel elles reposent. Les couteaux sont ainsi mis à l'abri de tout dommage quand la balance ne fonctionne pas,

plateaux sont soulagés avant que les poids qui les chargent ne soient retirés, ce qui apporte de grandes facilités dans l'usage de cette balance (1). L'ajustage des couteaux dans leurs positions convenables se fait par des vis de rappel qui se meuvent horizontalement ou verticalement. Celui du couteau dans le milieu en un point immédiatement au-dessus du centre de gravité du fléau, qui est le plus difficile, est facilité par le moyen de petits contre-poids vissés sur des tiges métalliques représentés dans les figures comme faisant saillie horizontale aux extrémités du fléau. En les vissant plus près ou plus loin du point d'appui, on obtient un très-faible mouvement correspondant du centre de gravité du fléau, jusqu'à ce qu'il arrive à la position voulue par rapport au point d'appui.

105. *Balance à levier courbe.* — Un levier courbe  $AF$  (*fig. 87*), portant un poids à son extrémité  $C$ , et à son extrémité  $A$  un crochet soutenant un plateau, est mobile sur un axe  $B$ . Il est évident que le moment du bras  $BC$  varie avec la perpendiculaire  $BD$  à la direction du poids  $C$ , par conséquent avec l'inclinaison de  $BC$ . Chacun des poids différens placés dans le plateau produira donc un équilibre dans quelque nouvelle position de  $BC$ . Ces positions correspondantes à différens poids peuvent être déterminées par l'expérience ou calcul, et marquées sur un rapporteur  $FG$ , indiquant toujours le poids du plateau.

106. *Leviers composés.* — On peut faire agir des leviers l'un sur l'autre, et augmenter ainsi tant qu'on veut la puissance d'un système.

Soient (*fig. 88*)  $AP'$  et  $BP''$  deux leviers agissant autour des points d'appui  $F, F''$ ; sur leurs extrémités plaçons-en une troisième  $P'P''$  dont la résistance des points d'appui  $F, F''$  est dans une direction opposée à celle des autres. Une puissance  $P$  appliquée en  $A$  produira en  $P'$  une résistance d'autant plus grande, que  $AF$  sera plus grand que  $P'F$ ; cette résistan-

(1) *M. Bate* vient d'ajouter un perfectionnement à cet ajustage. Les fléaux et les plateaux sont d'abord suspendus sur des axes cylindriques; par le mouvement du pied  $H$ , ils arrivent sur les couteaux, et facilité de mettre le poids dans les plateaux. à la balance cette extrême sensibilité.

agissant, comme puissance, sur le levier  $P'P''$ , produira une résistance en  $P''$ , ou une puissance sur le levier  $P''R$ , d'autant plus grande en  $P'$ , que  $P'F'$  est plus grand que  $P''F'$  ; ainsi, par une suite de leviers, la résistance qu'une puissance donnée peut produire, s'accroîtra indéfiniment.

Deux leviers de première et de seconde classe sont joints quelquefois par une verge  $P'R'$  (*fig. 89*) ; la résistance  $R'$  prolongée en  $P'$  par l'action de la force  $P$ , est telle que

$$P \times PF = R' \times R'F$$

et la résistance produite en  $R$ , par l'action de  $R'$  prolongée en  $P'$ , est telle que

$$R' \times P'F' = RF' \times R$$

d'où, en multipliant ces deux équations l'une par l'autre, et éliminant le facteur commun  $R'$ , on tire

$$P \times PF \times P'F' = R \times R'F \times RF'$$

et l'on en conclut la puissance nécessaire à produire une résistance donnée, ou réciproquement.

Les leviers dont on se sert pour ôter les roues d'une voiture, en élevant l'essieu, sont de ce genre.

107. *Machine à peser ou bascule.* — Une combinaison très-ingénieuse de leviers sert à peser les voitures. Une plate-forme de grandeur suffisante pour que la voiture y puisse reposer, est supportée à ses angles par un système de quatre leviers dont les points d'appui sont fixes dans une maçonnerie solide, à peu de distance des points angulaires, et qui convergent suivant les diagonales du rectangle de la plate-forme, vers son point central. Ils reposent sur un autre levier, dont le point d'appui est à peu de distance de ce point de convergence, et qui passe sous la plate-forme, son extrémité opposée se rendant dans le bureau du peseur.

Supposons que la distance du point où chacun des angles de la plate-forme repose sur un levier convergent, au point d'appui de ce levier, soit un dixième de la longueur du levier ; supposons encore que la distance du point d'appui d'un grand levier au point où il supporte les extrémités des petits leviers, soit un dixième de la distance du point d'appui à l'extrémité du levier dans le bureau du peseur ; supposons enfin qu'un poids de 4000 étant mis sur la plate-forme,

que extrémité en supporte le quart ou 1000; et aussi qu'un poids de 1000 appliqué à chaque point de chaque levier et convergent, où il supporte la plate-forme, soit tenu en équilibre par un poids de 100 appliqué à celle de ses extrémités qui est au centre de la plate-forme; le tout sera représenté par un poids de 400 au centre de la plate-forme, et cette pression étant transmise à l'une des extrémités du grand levier, se trouvera équilibrée par un poids de 40 à l'autre extrémité de ce levier dans le bureau du peseur. Ainsi un poids de 40 suffit pour peser un fardeau du poids de 4000.

108. *Points d'appui des leviers.* — Le point d'appui d'un levier (fig. 90) est ordinairement fait en forme de prisme triangulaire et soutient la pression sur un de ses angles, n'exposant dès-lors aucune résistance appréciable au mouvement du levier autour de ce point. Il fait partie du levier et repose sur des plans horizontaux fixés dans un montant à chacune de ses extrémités, ou comme dans la balance de l'art 104, il se pénètre, ou bien il est fixé de support à la surface du levier sur un plan qui la traverse. Nous avons supposé jusqu'ici que le point d'appui fournissait une réaction égale et opposée à la résultante des forces sur le levier, dans chaque position qu'il est fait pour prendre; mais ceci n'est vrai que dans certaines limites. Si la résultante fait avec la perpendiculaire, à la surface sur laquelle agit le point d'appui, un angle plus grand que l'angle limite de résistance, il est clair qu'il glissera sur cette surface et que l'équilibre sera détruit.

Cette condition détermine les cas d'équilibre, possibles, suivant les circonstances décrites dans les propositions précédentes, et dans d'étroites limites comparativement.

109. Si l'on voulait étendre ces limites, il faudrait, par quelque disposition mécanique, empêcher la tendance du levier à glisser, dans certaines circonstances, sur son point de support. Pour y parvenir, le point d'appui peut être changé, au lieu d'un prisme triangulaire, en un cylindre, et au lieu de rester sur un plan, il peut être fait pour rester sur la surface intérieure d'une ouverture cylindrique, dans la masse destinée à soutenir sa réaction. Ainsi confectionné, il devient un axe de rotation. Cet axe, comme le point d'appui, peut être fixé au levier et inséré à chaque extrémité.

Il peut aussi être fixé à un support, ou bien il peut être fixé au levier et inséré dans le support. On se

e disposition a de grands avantages sur l'autre.  
 n gagne évidemment ainsi l'avantage d'une po-  
 le du point de support, quelle que soit la po-  
 r, ou quelles que soient les forces qui agissent  
 rd l'entière liberté de rotation que donne l'au-  
 . On le comprendra facilement. Quand les sur-  
 et de son support sont en contact, en un seul  
 dans le cas du point d'appui triangulaire, il est  
 ecessaire à l'équilibre que la résultante des for-  
 citent, passe par ce point ; autrement la réaction  
 i a lieu seulement alors ne pourrait soutenir  
 ; et le levier ayant été ainsi placé en équilibre,  
 altération des forces qui le sollicitent, chan-  
 on de leur résultante, serait suffisante pour en-  
 vement de tout le système. Dans l'autre cas,  
 support sont en contact suivant toute la sur-  
 cture cylindrique ou de la douille, et si la ré-  
 rces agissant sur le levier passe par cette sur-  
 soutenus, quelle que soit la direction de cette  
 rrvu seulement que cette direction ne fasse pas,  
 diculaire à la surface, un angle plus grand que  
 le résistance. Ainsi (fig. 91) si PE est la di-  
 résultante et que l'on joigne CE (C étant le  
 , et CP la perpendiculaire à sa surface), cette  
 a soutenue par la réaction du support, quelle  
 rection, pourvu seulement que l'angle PEC  
 que l'angle limite de résistance. Il suit de là  
 agissant sur le levier peuvent être infiniment  
 ertaines limites, tant en quantité qu'en direc-  
 ire tourner. Plus grande est la longueur du le-  
 nde est la distance dans laquelle une varia-  
 e forces agissant sur lui peut faire mouvoir  
 , la moindre étant donnée par les limites dans  
 variation est praticable. On a supposé ici que  
 de l'axe restent les mêmes. Il est évident qu'en  
 dimensions, on peut resserrer les limites pos-  
 squelles une variation des forces ne produit  
 ent correspondant du levier dans une certaine  
 à-dire que l'on peut diminuer, autant qu'on le  
 du frottement de l'axe.

*des voitures. — Nous sommes en me*

d'après ce qui précède, d'expliquer la théorie de la roue de voiture.

Supposons qu'au lieu d'être mobile autour de son centre, elle fût mobile autour d'un point presque égal au sien, en sorte que la réalité un même anneau enveloppant son axe que le frottement sera le même que si la roue était traînée sur une route de même matière que celle sur laquelle nous avons fait ressortir la différence qu'il y a entre d'un axe de ces dimensions et un axe plus petit, d'une voiture, et la même différence existant entre d'une voiture traînée sans roues ou à roues et celui d'une voiture roulant en liberté sur ses roues.

Dans les obstacles, la roue fait fonction de première classe (*fig. 92*). Soit  $A$  l'obstacle,  $C$  le point de traction,  $CR$  une verticale passant par  $C$ ,  $CP$  agissant sur la roue sont la réaction de l'obstacle, le poids de la voiture supportée par son essieu et la traction suivant la direction  $CR$ , plus la traction suivant la direction  $CP$ . Menons par  $A$  les perpendiculaires  $AN$  sur  $CP$  et  $AR$  sur  $CR$ ; il y aura dès-lors équilibre si la force des chevaux sera telle que son produit  $AM$ , soit égal à celui du poids multiplié par son bras  $AN$ , n'est guère plus grande que celle nécessaire pour vaincre la roue par-dessus l'obstacle.

(1) S'il n'y avait pas de frottement sur l'essieu, la traction sur la roue serait la même que celle d'un cylindre roulant sur une surface.

## CHAPITRE IX.

*Irrégularités dans l'action de la force appliquée à l'extrémité d'un levier, dont la direction passe toujours par le même point. — Moyen d'y remédier. — 112. La roue ou essieu. — 114. Modification de la roue et de l'essieu, de manière que la puissance puisse s'accroître indéfiniment. — 116. Le Treuil. — 117. Le Cabestan. — 118. Roues marche-pieds. — 120. Roues mues par des roues qui marchent dessus. — 121. Fusées.*

*L'effet d'une force appliquée à l'extrémité d'un levier dépend de la longueur de la perpendiculaire du point d'appui sur la direction de cette force, varie nécessairement avec le mouvement du levier, pourvu que la force ne change pas, dans chaque position, faite pour agir à la même distance perpendiculaire de son point d'appui.*

*Un homme qui, restant dans la même position, applique sa force, au moyen d'une corde, à l'extrémité d'un levier, et élève ainsi un poids attaché à l'autre extrémité (1), ne peut pas produire le même effet en différentes positions du levier par la même dépense d'énergie musculaire.*

*Il trouvera que ses efforts devront être plus grands, lorsque que la perpendiculaire du point d'appui sur la direction de la corde qu'il tire est plus petite.*

*Cette disposition bien simple lui procure les moyens de rendre sa force grande uniforme à l'effet de sa force ainsi appliquée.*

*(Fig. 93) P F Q un levier de forme quelconque; à ses extrémités, P et Q, fixons deux arcs de cercle A B et C D qui ont tous deux leur centre au point d'appui ou sur F. Supposons que ces arcs fassent partie de la masse*

*C'est le cas d'un pont-levis ou de la bascule pour tirer de l'eau des jardins près de Londres.*

du levier, et que les cordes auxquelles les forces  $P$  sont appliquées, soient attachées à l'extrémité supérieure de chacun de ces arcs.

A mesure que l'extrémité du levier est tirée en bas, la corde se déroulera de l'arc, en sorte que sa direction lui soit toujours tangente, et la perpendiculaire sur cette direction au point d'appui sera un rayon de l'arc; par conséquent restera la même, quelle que soit la position du levier.

La perpendiculaire sur la direction de la force étant toujours la même, son effet sera le même.

On a mis ce principe en usage pour convertir le mouvement vibratoire de l'arbre de la machine à vapeur, en mouvement longitudinal convenable au travail des pompes (fig. 94).

112. *Roue et Essieu.* — L'action du levier est nécessairement limitée et intermittente dans la communication du mouvement. Ainsi, quand un poids est attaché par une corde à l'extrémité d'un levier, on ne peut lever ce poids par l'action du levier, qu'à une certaine hauteur, égale, au plus, à deux fois la longueur du bras où il est attaché. La roue et l'essieu offrent une disposition qui permet d'étendre l'action du levier à toute distance, et de la rendre continue; ces avantages y sont combinés avec l'uniformité d'effet dont nous avons parlé dans le dernier article.

Concevons deux arcs circulaires  $AB$  et  $CD$  (fig. 95), qui se continuent en fermant le cercle entier; au lieu de l'extrémité d'une corde attachée à la circonférence en  $B$ , qu'on y soit roulée un certain nombre de fois. La corde à l'extrémité de laquelle on fait agir  $Q$ , étant d'une longueur suffisante, l'action de  $P$  pour donner le mouvement à  $Q$ , peut être continuée à toute distance. La valeur de  $P$  pour produire cet effet doit être plus grande que celle qui, multipliée par  $FP$ , donne un produit égal à celui de  $Q$  par  $QF$ . Elle est évidemment peu importante quant à ce qui concerne ces conditions d'équilibre, qui sont les largeurs des bras des deux cercles où s'enroulent les cordes. La plus petite est ordinairement étendue sur un cylindre appelé l'essieu. L'autre est plus étroite et se nomme la roue.

113. La roue et l'essieu (fig. 95) sont ordinairement employés à l'élevation des poids; ils nous mettent à portée d'une petite force ou d'un poids, d'élever un



considérable. Pour que la puissance et le poids puissent soutenir un autre, il faut que la puissance multipliée par le rayon de la roue soit égale au poids multiplié par le rayon de l'essieu, et que le rayon de la roue soit plus grand que celui de l'essieu ; il est dès-lors évident que la puissance doit être moindre que le poids, sans quoi l'égalité ci-dessus n'aurait pu avoir lieu. Ainsi la roue ayant 18 centimètres de rayon, l'essieu 3 centimètres, et le poids à soulever étant 6 kilogrammes, puisque 3 centimètres multipliés par 6 kilogrammes, dont le produit est 18, doivent être égaux à 18 centimètres multipliés par la puissance, il est clair que la puissance doit être égale à 3 kilogrammes, puisque ce nombre multiplié par 18 donne 18 pour produit.

Il est évident que théoriquement l'on peut accroître la puissance de la roue et de l'essieu indéfiniment en accroissant le rayon de la roue et diminuant celui de l'essieu ; mais pratiquement cela devient impossible. Car si le rayon de la roue est grandement accru, il devient difficile et même impossible d'y appliquer la puissance ; tandis que si le rayon de l'essieu est par trop diminué, l'essieu devient trop faible et incapable de supporter le poids.

4. La disposition suivante (fig. 96) paraît remédier à cet inconvénient et nous mettre à même d'accroître indéfiniment la puissance de la roue et de l'essieu. Supposons deux cercles tournés dans le même bloc de bois et ayant un centre commun en C ; attachons une corde à la circonférence du second cercle en A, passée autour d'une poulie, et roulée en sens inverse sur le dernier des trois cercles. Le poids est attaché à la poulie Q, et la puissance P est appliquée à la corde qui s'enroule sur le plus grand cercle. Or il est évident que les forces en A' et A'', agissant d'un même côté du centre, tendent à soutenir la force agissant en R. Puisque la pression de R est également supportée par les deux cordons Q A et Q' A', qui chacun en portent la moitié, il est clair que la force agissant en A' est égale à la force agissant en A, et la soutiendrait sans l'aide de P, si la distance C A' à laquelle elle agit était égale à C A ; elle sera d'autant plus près de la soutenir, que ces distances se rapprocheront plus de l'égalité ; en sorte que nous pouvons rendre la force additionnelle à P aussi petite que nous vou-

drons, en diminuant la différence des rayons  $C$ . Ainsi la force  $P$  nécessaire pour produire l'effet est diminuée, et la puissance de la machine a proportion convenable.

115. Toutes les conditions d'équilibre seront les mêmes, si les cercles ne sont pas dans le  $\pi$ .

Les deux cercles intérieurs (*fig. 97*) sont o des cylindres sur le même axe, et la force  $P$  comme dans le vindas.

Quelquefois les cylindres sont placés sur d'autres, et le même mouvement est communiqué à par l'intervention d'une roue d'engrenage.

Plus la corde est enroulée sur l'essieu, plus à partir duquel elle est suspendue se meut sur et tend à se rapprocher de l'extrémité, en général sur l'axe. Cette tendance est quelquefois par la courbe que l'on donne à la surface de la courbure s'accroît rapidement vers les extrémités et à mesure que la corde arrive à s'enrouler points, elle glisse vers le centre.

116. *Treuil ou Vindas*. — La puissance, appliquée à l'essieu par l'intermédiaire d'une roue, quelquefois appliquée par le moyen d'un levier fixé à l'extrémité et terminé en manivelle dont le manche est à l'axe (*fig. 98*). La machine alors s'appelle vindas. Si la puissance est appliquée par la manivelle dans une direction perpendiculaire au levier, les conditions de l'équilibre sont alors les mêmes que s'il y avait une roue.

117. *Cabestan*. — Si le cylindre, au lieu d'être horizontal, est placé verticalement, la machine s'appelle cabestan.

La puissance est appliquée au cabestan par une suite de leviers placés à égales distances de l'axe, dans la direction des rayons. On applique à chacun d'eux un ou plusieurs manœuvres.

Le cabestan est surtout en usage pour lever des vaisseaux. Quelques tours de câble sont en

(1) M. Saxton a appliqué ce principe à la construction d'une machine très-ingénieuse.

et suffisent pour l'empêcher de glisser ; et à mesure qu'il s'enroule d'un bout, on le déroule de l'autre. Et chaque fois que dans cette opération le câble tend continuellement enrouler d'une extrémité à l'autre du cylindre. Pour ce on lui donne une forme conique, ainsi qu'on le voit en fig. 99, et vers le bas son épaisseur s'accroît tellement en sorte que lorsqu'il arrive à s'enrouler près de remite, il glisse continuellement sur le plan très-élevé de la face du cône.

*roues marche-pieds.* — La force musculaire des hommes est beaucoup plus grande que celle des bras, d'où il résulte qu'on a mis en usage pour l'employer sous marche-pieds, à communiquer le mouvement

aux roues 100 et 101 représentent deux de ces roues. Dans la fig. 100 le poids du corps et la force musculaire développée par l'individu en s'élevant lui-même (la réaction supportée par la machine) se combinent pour produire le mouvement. Cette roue marche-pieds est en usage dans les prisons, et la réaction de la force est supportée par la barre que tiennent les prisonniers.

La seconde roue (fig. 101) paraît avoir de grands avantages sur l'autre, par l'économie des forces, de l'espace, et du mécanisme.

On a employé divers modes de combinaisons du cheval avec sa force musculaire pour mettre des machines en mouvement.

102 représente une de ces combinaisons. L'avant-cheval repose sur une plate-forme fixe, et son arceau sur la circonférence d'un cylindre qui est mis en mouvement par le poids du cheval, combiné avec la force exercée de ses jambes de derrière.

Si le poids ou la force à vaincre est constamment la même, qu'on doive la vaincre par une puissance variable, il faut que la puissance doit être appliquée à différentes distances de l'axe. Pour y parvenir, la roue (fig. 103), qui doit être un cylindre, doit être un cône tel, qu'en l'imaginant divisé par des sections transversales à égales distances, les rayons de ces sections puissent croître ou diminuer dans la proportion suivant laquelle la force à employer doit diminuer ou augmenter ; en sorte

que la petite puissance, ainsi disposée par l'enroulement sur le cône à la plus grande distance, produise le même effet que la grande puissance à la distance petite.

121. La roue conique d'une montre, qu'on nous a vu construire sur ce principe. La force du ressort spirale (fig. 104) qui s'y enroule et communique le mouvement à la montre, est la plus grande après qu'il y est enroulé; elle diminue continuellement à mesure que l'enroulement se déploie; la différence de force correspondante aux degrés d'expansion, étant très-considérable. Il suit de là qu'il n'y avait pas de frein à l'action variable du ressort; la montre irait de plus en plus lentement à partir du point où la spirale commence à se dérouler; et à moins que le cadran ne fût inégalement divisé, on ne pourrait pour marquer le temps. La fusée change cette puissance variable, en une puissance égale qui donne un mouvement uniforme. Le ressort, en se déroulant, entraîne avec lui un cylindre creux dans lequel il est renfermé et qui est fixé au barillet. A la surface extérieure de ce cylindre est attachée une chaîne, dont le reste s'enroule sur une spirale gravée dans la surface de la fusée, et attachée à son extrémité la plus large.

Quand la montre est montée, la chaîne occupe toute la surface du cylindre et va depuis son extrémité la plus étroite jusqu'à la circonférence du barillet. Le ressort agit avec la plus grande force; mais la chaîne qui communique le mouvement à la fusée, agit sur sa moindre extrémité; dès-lors avec moins de tirage et avec son moins de force. A mesure que le ressort se déroule et que sa force diminue, la chaîne agit continuellement sur les parties de la fusée plus distantes de son axe, et par conséquent avec plus de tirage ou d'effet. A mesure que le ressort s'affaiblit, son action sur la montre se renforce; par un ajustage convenable de la forme de la fusée relative à sa force, il est évident que son action peut être rendue uniforme.

La forme conique de la fusée est quelquefois employée dans le barillet du vindas. La corde étant attachée à son extrémité la plus étroite, la puissance agit avec le plus grand avantage mécanique quand le tout est déroulé, et le poids de la

celui de la masse à élever. D'ailleurs, comme le  
e la corde diminue à mesure qu'elle s'élève, elle  
e sur une partie du barillet d'un diamètre plus con-  
e.



## CHAPITRE X.

*système de Roues dentées, modification de leviers com-  
— 124. Conditions d'équilibre d'un système de  
dentées. — 125. Le frottement va en diminuant  
l'on diminue la grandeur des dents.*

Nous avons expliqué les avantages que l'on peut reti-  
l'action combinée de deux ou de plusieurs leviers  
l'autre. Mais la difficulté de communiquer le  
ent à l'aide d'une combinaison de leviers, en rend  
tion, dans la pratique, à peine possible pour quel-  
iges utiles. Le plus léger mouvement de l'un des  
suffit pour dégager son extrémité de celle qui le suit  
), et la chaîne se trouvant ainsi rompue, le système  
sans qu'il soit possible de l'éviter, puisqu'on ne  
roduire le moindre mouvement en définitive sans un  
rent assez violent des premiers leviers.

Supposons que deux leviers  $AB$ ,  $a b$  (*fig. 106*), dont  
 $B$  communique le mouvement à l'autre  $a b$ , soient  
oint de dégager leurs extrémités l'une de l'autre,  
oi leur action l'un sur l'autre finirait par cesser.  
ontinuer le mouvement, supposons deux autres le-  
'B' et  $a' b'$ , fixés sous de tels angles aux premiers,  
sque les premiers viennent à se dégager, ceux-ci  
t justement à s'engager.

ion des deux systèmes l'un sur l'autre continuant par  
conde paire de leviers, jusqu'à ce qu'ils soient aussi  
igés; on peut alors la continuer par une troisième  
leviers  $A'' B''$ ,  $a'' b''$ , puis par une quatrième, et  
suite jusqu'à ce que la révolution soit complète, et

de même pour un nombre de révolutions des deux systèmes de levier. Au lieu de deux, on peut combiner plusieurs systèmes de la même manière, et leur action combinée nuera pendant un nombre quelconque de révolutions parties des leviers qui agissent l'un sur l'autre sont qu'à leurs extrémités, et par conséquent tout le système peut former un solide continu. Cette disposition est celle de la roue dentée, ou d'engrenage.

124. *Roues d'engrenage.* — Supposons que deux roues soient fixées sur deux essieux (*fig. 107*), ayant les mêmes centres qu'elles C et C'. Enroulons ces essieux dans la même direction et portant les poids P et W. Soient T et T' deux cames ou dents à l'instant de leur contact au point Q, et soit Q M M' la direction suivant laquelle la pression a lieu de l'une sur l'autre. Menons par C et C' des perpendiculaires C M et C' M' à cette ligne.

Alors pour que la roue dont le centre est C puisse être en repos, le moment de la pression en Q doit être égal à celui du poids P; ou bien la pression en Q multipliée par C M doit être égale au poids P multiplié par C A (*article 36*). Il s'ensuit que la pression en Q doit être égal au produit de P par C A, divisé par C M. On trouve de même qu'il est nécessaire à l'équilibre de l'autre roue que la force en Q soit égale au produit de W par C' A', par C' M'. Ainsi la pression en Q est égale à la fois aux deux quantités

$$\frac{C A \times P}{C M} \quad \text{et} \quad \frac{C' A' \times W}{C' M'}$$

Ces quantités sont donc égales l'une à l'autre, et

$$\frac{C A \times P}{C M} = \frac{C' A' \times W}{C' M'}$$

D'où l'on tire

$$P = \frac{C' A' \times C M}{C A \times C' M'} \times W$$

Or il est évident que la dent T ne peut donner d

rent à T', sans glisser en même temps sur sa surface Q, et elle ne peut se mouvoir le long de sa surface, à moins que la direction de MT, suivant laquelle elle presse dessus, ne soit dans l'angle limite de résistance (art. 72), et soit par conséquent très-inclinée par rapport à la face la dent; mais plus MQ est incliné vers QT', moindre est la perpendiculaire C' M', et plus grande est la perpendiculaire CM; ainsi plus grande est la fraction

$$\frac{C' A' \times C M}{C A \times C' M'}$$

Et plus grande est la puissance P, nécessaire pour mettre en mouvement un poids donné W.

Il y a donc une grande perte de puissance, dans la machine, par le glissement des dents sur les surfaces l'une de l'autre. Cette perte de puissance serait évitée si la disposition était telle que dans le mouvement de la machine les dents pussent rouler au lieu de glisser l'une sur l'autre. Et dans ce but qu'on leur a donné différentes formes diverses. Mais une discussion géométrique sur la nature de ces courbes n'est pas du ressort d'un ouvrage élémentaire. On peut d'ailleurs établir généralement qu'elles appartiennent à cette classe de courbes qui sont engendrées par le mouvement d'un point sur la circonférence d'un cercle, roulant sur un point d'un autre cercle, et qu'on nomme *épicycloïde* ou *hypocycloïde*, suivant que le cercle mobile roule en dehors ou en dedans d'un cercle fixe.

Il est encore un autre objet pour lequel il devient plus important de modifier les formes des dents des engrenages.

Il est aisé de voir, à l'inspection de la *fig. 107*, que le mouvement uniforme de la roue C autour de son axe ne produit pas nécessairement un mouvement uniforme dans la roue C'. En effet, la vitesse angulaire communiquée à C' varie depuis la position dans laquelle les bords des dents sont dans la même ligne droite jusqu'à celle où elles se séparent.

Après tout, au reste, il est à peine possible de construire des roues qui satisfassent à toutes ces conditions; et fussent-elles construites, l'usée inégale de la machine en aurait bientôt altéré les formes.

125. Le frottement est ce qu'il y a de mieux à éviter, pour obtenir une parfaite uniformité de mouvement. En alignant les dents et les faisant très-petites. Si le frottement n'est pas considérable, on peut obtenir une transmission convenable pour rendre imperceptible tout mouvement.

Si les dents sont petites, il est évident que chaque dent abandonne l'autre immédiatement après le contact. La ligne qui joint les centres des roues, et sur laquelle se trouve le point de contact, est la ligne qui joint les centres des roues. Elles peuvent être considérées comme se touchant en un point quand elles sont sur cette ligne (fig. 108). Or, si les surfaces des dents sont sur cette ligne, le mouvement du point de contact est perpendiculaire à toutes deux. Elles n'ont donc aucune tendance à glisser l'une sur l'autre. Il n'y a pas de frottement. Là, par conséquent, la pression d'une sur l'autre est perpendiculaire à leur surface commune. Les perpendiculaires C M et C' M' (fig. 107) coïncident avec C Q et C' Q (fig. 108). Les conditions d'équilibre viennent donc

$$P = \frac{C' A' \times C Q}{C A \times C' Q} \times W$$

Et l'on y peut regarder C Q et C' Q comme égaux aux rayons des roues, à raison de la petitesse des dents. On suit, comme règle, pour trouver la puissance de couple de deux roues dentées : multiplier la distance à laquelle la puissance est appliquée, à partir du centre de la première roue, par le rayon de la seconde roue, et multiplier la distance à laquelle le poids agit, à partir du centre de la seconde roue, par le rayon de la première ; le quotient de ces produits donnera le rapport de la puissance au poids, ou la puissance du mécanisme.

126. Généralement si des roues engrènent l'une sur l'autre, en nombre quelconque, et que l'on suppose que des forces agissent aux centres de leurs roues respectives, formant les extrêmes d'une série, dont les termes intermédiaires sont les rayons des roues d'engrenage; alors prenant le produit des termes impairs de la série, et le divisant par celui des termes pairs, le quotient représentera la puissance du système.

Ainsi (fig. 109) les forces P et W agissent aux di-



et  $C_1 B_1$ , à partir du centre des roues auxquelles elles sont appliquées respectivement ; les écrivant donc, comme les extrêmes d'une série dont les termes intermédiaires sont les rayons des autres roues, dans l'ordre qu'elles occupent, on aura la série

$C A, C B, C_1 A_1, C_1 B_1, C_2 A_2, C_2 B_2, C_3 A_3, C_3 B_3$ .  
Puis divisant le produit des termes impairs de cette série, par celui des termes pairs, on aura pour expression de la vitesse de la machine.

$$\frac{C A \times C_1 A_1 \times C_2 A_2 \times C_3 A_3}{C B \times C_1 B_1 \times C_2 B_2 \times C_3 B_3}$$

## CHAPITRE XI.

*1. La manivelle. — 129. L'excentrique. — 130. Le levier de la presse Stanhope. — 131. Le renvoi de mouvement.*

**127. La manivelle.** — A l'extrémité  $M$  (fig. 110) du levier  $CM$ , mobile autour du centre  $C$ , concevons une verge  $N$  qui lui soit jointe par un assemblage, lui permettant de tourner librement autour de ce point. Cette disposition est celle d'une manivelle. Les deux forces appliquées agissent une suivant la direction de la verge  $MN$ , et l'autre (à l'aide d'une roue d'engrenage ou par tout autre moyen) sur un essieu dans lequel  $C$  est fixé par son extrémité  $C$ , tandis que le levier  $CM$  tourne autour. Les conditions d'équilibre sont (n. 36) que le moment de la force appliquée à l'essieu soit égal au produit de la force en  $NM$  multipliée par la perpendiculaire  $Cm$ .

Or comme les positions de  $CM$  et de  $MN$  changent (fig. 111 et 112), de manière à venir jusqu'en ligne droite, la perpendiculaire  $Cm$  diminue continuellement, et quand cette position est atteinte, elle devient nulle. La force  $M$  doit donc croître continuellement, afin que l'égalité des moments puisse subsister, et aucune force, quelque grande qu'elle soit,

ne suffit pour conserver cette égalité. En effet la force appliquée à l'essieu, a une valeur déterminée, aucune force multipliée par  $Cm$  ne peut avoir terminée, quand cette ligne devient nulle. L'équilibre, sous ces circonstances, est donc impossible, et il y a toujours de la manivelle dans laquelle elle ne supporte aucune force, tant petite soit-elle, appliquée à son extrémité. La force musculaire du bras est appliquée (*fig. 113*) pour le mouvement rotatoire soit à une roue, soit à une manivelle. Cette action est précisément analogue à celle d'une manivelle.

118. Par le moyen d'une manivelle, le mouvement circulaire peut être converti en mouvement rectiligne alternatif, sous que la verge  $RM$  (*fig. 114*) ne puisse se déplacer que dans le sens de sa longueur. A son extrémité  $M$  est attachée une seconde verge  $MN$  à l'aide d'un assemblage à angles droits à son extrémité, un essieu mobile dans une douille ou sur un pivot. La verge  $CN$  fait tourner la manivelle par le moyen de son essieu entrainera l'essieu de la verge  $MN$  dans son mouvement de rotation produira ainsi un mouvement alternatif de va et vient de la longueur de  $MR$ ; ou réciproquement, le va et vient de  $MR$  fera tourner  $CN$  autour de son essieu dans ce mouvement de rotation.

119. *L'excentrique.* — Il y a une autre disposition pour convertir le mouvement circulaire continu en mouvement rectiligne alternatif. Un cercle est fixé à l'essieu de la manivelle, qui porte la puissance en un point qui n'est pas son centre;  $LN$  est un assemblage à angles droits est une ouverture circulaire précisément de la même grandeur que le premier cercle, et qui est placée dessus ou fait tenir. L'extrémité  $N$  de cet assemblage peut être une verge mobile seulement dans une direction verticale pour appliquer la force de la machine.

La tension sur l'assemblage est évidemment égale à la tension de la ligne  $MN$ , passant par le centre  $M$  du cercle, duquel elle est symétrique. Prenons un point fixe pour le mouvement, et menons  $CK$  perpendiculaire à la force  $P$  appliquée pour faire tourner la manivelle. Le reste la même, l'effort multiplié par  $C$ , reste la même, à mesure que

augmenter, et réciproquement. La force  $R$ , in-  
 à l'équilibre, peut être considérée comme variant  
 tant que l'effort sur l'assemblage.

ance de l'excentrique est d'autant plus grande que  
 ir duquel tourne le cercle est moins distant de son

*Levier de la presse Stanhope.* — Il y a quelques faits  
 a combinaison de deux manivelles, qui sont dignes  
 . Concevons deux manivelles assemblées par une  
 nune  $MN$  (fig. 116) et ayant leur centres de mou-  
 $C$  et  $C'$ . Supposons qu'une force donnée commu-  
 uvement au système par la révolution de  $C$ . On  
 effort produit par cette force, dans la verge  $MN$ ,  
 rand à mesure que  $CM$  et  $MN$  seront plus près  
 même ligne droite (art. 127). Cet effort se trans-  
 et tend à communiquer le mouvement à  $C'N$ . Si  
 système est disposé de manière que lorsque  $CM$  et  
 resqu'en ligne,  $MN$  soit perpendiculaire à  $C'N$ ,  
 à agir sur le levier à son plus grand avantage,  
 ont qu'il se produira une force énorme tendant à  
 er l'essieu auquel le levier est attaché. Cette dis-  
 leviers est celle employée dans la presse Stanhope.  
 ' guide la vis qui presse le papier à imprimer,  
 orce énorme contre les caractères.

*Moyen de mouvement.* — C'est une disposition qui,  
 as formes, entre dans la construction d'une foule de  
 s, et dont l'usage a pour but, en général, de con-  
 mouvement continu de rotation, en mouvemens di-  
 gnes.

117) est une verge pouvant se mouvoir dans le  
 longueur, soit par son propre poids, soit à l'aide  
 t, et mise en contact avec le bord d'une masse  
 $AD$ ; cette verge porte avec elle la partie du mé-  
 laquelle on doit communiquer un mouvement irrég-  
 es irrégularités du bord de la masse  $AD$  sont fai-  
 pérance, comme il convient pour assurer ce mou-  
 égulier, lorsque la masse tourne régulièrement sur  
 autour duquel elle est mobile.

s-unes des combinaisons les plus ingénieuses de  
 me sont en usage pour les métiers à tulle. L'ac-  
 té des mouvemens entrelacés qui doivent

du mouvement régulier du piston de la machine ou de la continuité du mouvement d'une roue jointe à leur précision, à leur rapidité, à leur tréme, la rangent parmi les prodiges de science-pratique.

La relation entre la puissance appliquée au mouvement de rotation au renvoi, et celle qui glisse, peut, dans chacune de ses positions, être calculée ainsi qu'il suit.

Par le point où il glisse en contact avec le manivelle, menons une ligne oblique à la perpendiculaire sous un angle égal à l'angle limite de résistance de l'axe du renvoi, abaissons une perpendiculaire. La résistance entre le renvoi et le coulisseau (art. 26) en divisant le moment de la manivelle à faire tourner le renvoi (c'est-à-dire son produit par la longueur de la manivelle), par sa perpendiculaire à la résistance du renvoi et du coulisseau, ou l'un ou l'autre, pas entièrement employée à communiquer le mouvement; une partie est supportée pour les surcharges qu'elle se meut et qui servent à le diriger. La portion de toute la force effective employée à vaincre la résistance du coulisseau, il faut multiplier la résistance par l'angle que la ligne de résistance fait avec la perpendiculaire.

Il est évident, d'après ce qui précède, que si au bord du renvoi une forme telle, qu'il soit difficile au coulisseau de l'éviter, quelque faible d'ailleurs la pression du coulisseau.

## CHAPITRE XII.

*de la vis. — Vis de rappel. — Vis de micromètre.*

*— Vis sans fin. — Vis conique. — Vis Hunter.*

132. *La vis.* — C'est une combinaison du plan incliné et levier. Il est clair que l'équilibre de la masse  $M$  (Fig 61) tend des forces qui agissent dessus et de l'inclinaison de la portion du plan incliné avec lequel elle se trouve en contact; sans avoir rien de commun avec la forme ou l'inclinaison des autres parties du plan. Supposons maintenant la portion du plan avec laquelle  $M$  est en contact, soit très-petite, et que cette portion du plan restant sans altération, le reste soit enveloppé autour d'un cylindre circulaire, la ligne  $AB$  s'enveloppant sur sa base, de manière à amener les extrémités  $A$  et  $B$  l'une vers l'autre. Le plan va prendre la forme représentée dans la figure 118. Les points  $A$  et  $B$  coïncidant en  $A$ ;  $AEC$  étant la surface, et  $AC$  l'axe du plan.

Supposons le tout mobile autour d'un axe  $OO'$ , coïncidant avec celui du cylindre, et soit  $n'n$  la force appliquée au dos du plan dans une direction autour de l'axe. Cette force se décompose en  $Q$ , et agira sur ce point parallèlement à la base du plan, précisément comme elle l'eût fait avant si le plan étoit courbe, en sorte que l'équilibre subsiste dans les mêmes circonstances.

Nous pouvons supposer la force  $n'n'$  engendrée au moyen d'un levier ayant son point d'appui en  $L$  sur l'axe du cylindre, et sollicité par une force  $P$  appliquée à son extrémité dans la direction  $PP'$ . La pression convenable en  $n$  sera fondée par une force beaucoup plus petite en  $P$ .

On a vu (art. 86) que l'effet de la force  $n'n'$  appliquée au dos du plan incliné mobile, sur un obstacle  $M$ , s'opposant lui-même au mouvement du plan, et agissant sur sa surface, est toujours dans la direction limite de la résistance du plan, c'est-à-dire inclinée à la perpendiculaire sur cette surface, sous un

*canique industrielle, 1re part.*

vis est fixe, de manière qu'elle puisse tourner simplement autour de son axe, tandis que l'écrou ne peut se que longitudinalement, alors le mouvement de rotation à l'une communiquera un mouvement longitudinal à l'autre. Cette disposition (fig. 121) s'appelle *vis de re*, et plus généralement *vis de rappel*.

Les matières que l'on doit soumettre à de grandes pressions, sont, pour la plupart, par leur nature, plus ou moins compressibles et cèdent plus ou moins; il est néanmoins indispensable d'agir toujours sur elles sans interruption avec la même force, quelque modification que subisse leur forme. De toutes les puissances mécaniques, la vis qui est le mieux calculée pour ce genre de pression et du levier marche continuellement suivant sa position à raison de ce que la surface sur laquelle elle s'exerce existe, la vis opérant dès-lors une pression égale, dans la même direction, et sans relâche.

La puissance de la vis est d'autant plus grande que le rayon du plan qui forme son filet et l'angle limite de la surface sont moindres, et d'autant plus que l'angle est moindre par rapport à la longueur du levier à l'extrémité duquel la puissance est appliquée. Dès-lors, si le rayon est le même et qu'on se serve du même levier, la puissance de la vis sera d'autant plus grande que son diamètre sera plus petit et la distance moindre entre ses filets, et plus la vis sera plus fine.

Au lieu d'ailleurs, en diminuant le diamètre de la vis, et en augmentant la finesse du filet, on diminue sa force, car il n'y a pas, sans cela, de limite à sa puissance.

La *vis Hunter* (fig. 122), qui porte le nom de son inventeur, obvie en grande partie à ces inconvénients. Elle est formée par la combinaison de deux vis, dont l'une travaille seule. La puissance de cette double vis ne dépend pas du rapport entre les filets des deux vis qui la composent, mais de la différence entre ces distances. Dès-lors les filets peuvent être d'une épaisseur et d'une force quelconque, pourvu qu'ils ne diffèrent guère d'épaisseur entr'eux.

Les vis d'ailleurs peuvent avoir une prodigieuse force. La première impulsion que reçoit la carène d'un navire qu'on lance à la mer, provient de l'action d'une petite première vis assure l'assise sur laquelle il re-

pose, en avant des coqueux, et la vis retirée, le vaisseau glisse à l'eau par son propre poids. Par l'action d'une volumineuse balle de coton, telle qu'il n'en faudrait quelques-unes pour encombrer un vaisseau, sont réduits paquets si minces, que cette substance, l'une des plus légères connues, devient assez pesante pour ne plus surnager à l'eau. Les usages de la vis sont innombrables. Il n'est pas d'ouvrage si dur, qu'une vis ne puisse traverser; et une fois finie, il n'est pas de puissance qui puisse l'arrêter, en agissant seulement dans la direction de sa longueur et sans la tourner. C'est ainsi que l'on assemble deux morceaux de bois sous forme pour n'en plus faire qu'un seul. De grands mûrs de bâtimens ont été ramenés d'une position inclinée à celle verticale, à l'aide d'une petite vis mue par une machine forcée. La vis sert à exprimer le jus des substances végétales; c'est un grand agent du paquetage, du montage et de la pression en tous genres.

138. La vis est quelquefois combinée avec la roue dentée et constitue ainsi ce que l'on appelle la vis sans fin. Cette combinaison peut s'obtenir en plaçant l'axe de la vis dans le plan de la roue (fig. 123), ou bien à angles droits avec elle, comme dans la vis américaine sans fin.

Dans l'un et l'autre cas, les roues doivent avoir une forme convenable à l'inclinaison du filet. La distance entre deux filets de la vis doit être exactement égale à la largeur d'une dent de la roue; en sorte qu'une complète révolution de la vis est nécessaire pour mouvoir la circonférence de la roue d'une distance égale à une seule de ses dents.

139. Quelquefois la vis, au lieu d'agir sur des dents saillantes sur le bord de la roue, est faite pour agir sur le bord d'un écrou creusé dans son bord (fig. 124), disposition qui présente l'avantage d'une forme plus convenable et d'une action plus ferme de la vis sur la circonférence de la roue.

On a vu qu'une roue dentée constitue de fait une série de leviers, et que la vis n'est autre chose qu'un plan incliné spiralé. La vis sans fin n'est donc qu'une combinaison du plan incliné et du levier.

140. Au lieu d'être engendré par une spirale autour d'un cylindre, le filet de la vis peut être formé par une spirale autour d'un cône (fig. 125). Une vis de cette forme combinée avec la pression d'une vis cylindrique, l'action d'un écrou

puissance pour pénétrer dans un corps solide s'accroît à mesure qu'elle se termine en pointe. La vrille et la tige sont des applications de cette forme de vis, qui permet de la retirer promptement.

## CHAPITRE XIII.

*. Flexibilité. — 142. Tension. — 143. Frottement d'une corde. — 144. Poulie. — 145. Simple poulie fixe. — 146. Simple poulie mobile. — 148. Moufle espagnole. — 149. Premier système de poulies. — 151. Second système de poulies. — 152. Combinaison des deux systèmes. — 153. Poulie Sméaton. — 157. Poulie White.*

41. Un corps flexible diffère d'un solide en ceci, qu'il résiste que suivant certaines directions à l'action d'une force tendant à altérer sa forme ou à séparer ses parties, tandis qu'un solide exerce cette puissance en toute direction.

Une corde est un corps flexible, sous la forme d'un mince cylindre, ordinairement formé des fibres de certaines substances végétales tressées ensemble. On la dit parfaitement flexible, quand elle résiste bien à l'action des forces qu'on lui fait appliquer dans le sens de sa longueur. Ce pouvoir de résistance se nomme tension.

La tension sur chaque partie d'une corde soumise à l'action de forces appliquées à ses extrémités (fig. 126), est la même. Supposons en effet la corde AA' en repos, les forces agissant sur ses extrémités sont alors égales (art. 5). Or la tension en A' étant la résistance que la corde oppose à la traction en ce point, est égale à cette force, et par conséquent à la force en A. Cela est vrai, quel que soit le point A' pris sur la corde; la tension en un point quelconque est donc égale à la tension en A.

Une corde tendue en ligne droite donne donc un moyen facile de transmission de la force d'un point sur un autre. Ce



n'est pas d'ailleurs seulement, quand elle est tirée sur la même *ligne droite*, qu'une corde a la propriété de transmettre une force d'un point à un autre ; elle conserve cette propriété quand elle est *courbe*. En effet une ligne courbe se conçoit comme composée d'un nombre infini de *droites*, dont l'inclinaison l'une sur l'autre est si exactement petite que chacune peut être considérée comme droite avec sa voisine. D'après cela, il est évident que que soit la tension de la première de ces lignes, elle est transmise à la seconde, et ainsi de suite dans toute la

La corde nous donne donc aussi un moyen de transmettre de la force, en ligne courbe, et la reproduisant à l'une des *extrémités* de cette ligne (*fig. 127*), quelles que soient sa courbure et sa longueur, avec la même énergie qui est appliquée à l'autre *extrémité*.

Mais la difficulté consiste à la courber ; car il est évident qu'à raison de sa *flexibilité*, elle ne peut conserver la forme *courbe* qui lui soit donnée, à moins que ce ne soit par l'action de *certaines forces*. La méthode la plus commode d'y suppléer, est de la tendre sur quelque corps solide ; la réaction lui conserve la courbe voulue. Si cette réaction était exercée partout, seulement dans une direction *perpendiculaire* à la surface, elle ne détruirait pas cette équilibre de tension dont nous avons parlé. En effet elle ne pourrait l'être affectée tant que l'action serait *perpendiculaire* à la surface. Mais malheureusement il n'est pas de surface dont la réaction s'exerce ainsi (art. 75).

142. La résistance d'une surface peut toujours se décomposer en deux, une dans la direction de la perpendiculaire à la surface, et l'autre dans la direction de la surface même. Cette dernière résistance s'oppose à la tension de la corde, qu'elle diminue continuellement avec une tension, qu'il y a peu de tensions assez puissantes pour être entièrement détruites par deux ou trois tours de corde rouée (1).

(1) Les faits suivans relatifs au frottement des cordes sont d'une importance assez grande pour trouver place ici, quoique les principes sur lesquels ils reposent n'y puissent être expliqués.

Si une corde enveloppe une partie quelconque d'un cylindre, le frottement sera le même, quel que soit le rayon du cylindre, pourvu seulement que l'angle sous-tendu au centre par l'arc, suivi

Il devient dès-lors impossible de transmettre la force par moyen, à moins d'une grande perte.

143. La poulie est une machine destinée à obvier à cette difficulté, et qui sert à transmettre la tension d'une corde, sans la diminuer sensiblement, en permettant de la courber dans toute direction voulue. C'est un étroit cylindre ayant une gorge creusée à son bord, et mobile autour de son centre l'aide d'un axe supporté dans un assemblage qu'on nomme *apo* (fig. 132 et 133). L'essieu est quelquefois fixé par ses deux extrémités dans la chape, en passant par un trou au centre de la poulie, et quelquefois il est fixé dans la poulie, tournant dans les trous des côtés de la chape qui le reçoivent.

Si la corde s'enroule, soit le même. Si la corde ne fait qu'un demi-tour du cylindre, sous-tendant un arc de  $180^{\circ}$  au centre, ou un tour entier, sous-tendant un arc de  $360^{\circ}$ , peu importe le rayon du cylindre, le frottement sera toujours le même. Si l'on fait un demi-tour; un tour et demi; deux tours et demi, et ainsi de suite, les frottements correspondants seront représentés par une série de nombres dont chacun est au précédent, multiplié par le carré du premier terme de la série.

En général, l'indication du frottement pour un demi-tour, peut être présentée par 3; pour un tour et demi, deux tours et demi, etc., c., ce sera donc  $3 \times 9$  ou 27;  $27 \times 9$  ou 243;  $243 \times 9$  ou 2187, etc.

Si donc R représente la résistance agissant à l'extrémité d'une corde, P la puissance nécessaire pour la contre-balancer à l'autre extrémité, l'enroulement donnera pour un demi-tour  $P = 3R$ ; pour un tour et demi  $P = 27R$ ; pour deux tours et demi  $P = 243R$ ; pour trois tours et demi  $P = 2187$ , etc.

Nous pouvons, d'après ce qui précède, expliquer aisément la raison pour laquelle le nœud qui réunit les deux extrémités d'une corde, résiste efficacement à l'action de toute force qui tend à les séparer. Si la corde s'enroule sur un cylindre, comme dans la fig. 128, et qu'à ses deux extrémités soient appliquées deux forces P et R, on voit, d'après ce que nous venons de dire, que P ne contre-balancera pas R, à moins qu'il ne soit égal à 9 fois cette force. Or si le cordon auquel R est attaché, passe sous l'autre cordon de manière à en être pressé contre la surface du cylindre, comme on le voit en m (fig. 129); alors, attendu que le frottement produit par cette pression ne soit pas moindre qu'un neuvième de P, le cordon ne se mouvra pas même lorsque la force R cesse d'agir. Si les deux extrémités du cordon sont tirées de manière à passer sous l'enroulement (fig. 150), il y aura besoin d'une moindre pression sur chaque. Or en diminuant le rayon du cylindre, cette pression peut s'accroître indéfiniment, puisque, par une propriété connue des courbes funiculaires, elle varie en raison in-

n'est pas d'ailleurs seulement, quand elle est tirée *même ligne droite*, qu'une corde a la propriété de mettre une force d'un point à un autre ; elle conserve cette propriété quand elle est *courbe*. En effet une ligne courbe se conçoit comme composée d'un nombre infini de *droites*, dont l'inclinaison l'une sur l'autre est si petite que chacune peut être considérée comme droite avec sa voisine. D'après cela, il est évident que soit la tension de la première de ces lignes, transmise à la seconde, et ainsi de suite dans toute

La corde nous donne donc aussi un moyen de transmettre de force, en ligne courbe, et la reproduisant à l'autre extrémité de cette ligne (fig. 127), quelles que soient sa courbure et sa longueur, avec la même énergie qui est in-

Mais la difficulté consiste à la courber ; car il est évident qu'à raison de sa *flexibilité*, elle ne peut conserver sa forme courbe qui lui soit donnée, à moins que ce ne soit l'action de *certaines forces*. La méthode la plus ordinaire d'y suppléer, est de la tendre sur quelque corps solide ; la réaction lui conserve la courbe voulue. Si cette action était exercée partout, seulement dans une direction *déviante* à la surface, elle ne détruirait pas cette tension dont nous avons parlé. En effet elle ne peut être affectée tant que l'action serait *perpendiculaire* à la surface. Mais malheureusement il n'est pas de surface dont l'action s'exerce ainsi (art. 75).

142. La résistance d'une surface peut toujours se décomposer en deux, une dans la direction de la perpendiculaire à la surface, et l'autre dans la direction de la surface même. Cette dernière résistance s'oppose à la tension de la corde, qu'elle diminue continuellement avec une tension donnée, qu'il y a peu de tensions assez puissantes pour

ent dès-lors impossible de transmettre la force par , à moins d'une grande perte.

La poulie est une machine destinée à obvier à cette perte et qui sert à transmettre la tension d'une corde, à diminuer sensiblement, en permettant de la courber dans la direction voulue. C'est un étroit cylindre ayant une rainure creusée à son bord, et mobile autour de son centre sur un axe supporté dans un assemblage qu'on nomme *essieu* (fig. 152 et 155). L'essieu est quelquefois fixé par ses extrémités dans la chape, en passant par un trou au centre de la poulie, et quelquefois il est fixé dans la poulie, et dans les trous des côtés de la chape qui le reçoivent.

Soit le même. Si la corde ne fait qu'un demi-tour du cylindre, tendant un arc de  $180^\circ$  au centre, ou un tour entier, tendant un arc de  $360^\circ$ , peu importe le rayon du cylindre, le résultat sera toujours le même. Si l'on fait un demi-tour; un tour et demi; deux tours et demi, et ainsi de suite, les frottemens correspondront représentés par une série de nombres dont chacun est le précédent, multiplié par le carré du premier terme de la

série. L'indication du frottement pour un demi-tour, peut être donnée par 3; pour un tour et demi, deux tours et demi, etc., par 27;  $3 \times 9$  ou  $27$ ;  $27 \times 9$  ou  $243$ ;  $243 \times 9$  ou  $2187$ , etc. R représente la résistance agissant à l'extrémité d'une corde, la puissance nécessaire pour la contre-balancer à l'autre extrémité, on donnera pour un demi-tour  $P = 3R$ ; pour un tour et demi  $P = 27R$ ; pour deux tours et demi  $P = 243R$ ; pour trois tours et demi  $P = 2187$ , etc.

On a vu, d'après ce qui précède, expliquer aisément la raison pour laquelle le nœud qui réunit les deux extrémités d'une corde, résiste à l'action de toute force qui tend à les séparer. Si la corde s'enroule sur un cylindre, comme dans la fig. 128, et qu'à ses extrémités soient appliquées deux forces P et R, on voit, d'après ce que nous venons de dire, que P ne contre-balancera pas R, à moins que R ne soit égal à 9 fois cette force. Or si le cordon auquel R est appliqué, passe sous l'autre cordon de manière à en être pressé contre la face du cylindre, comme on le voit en m (fig. 129); alors, le frottement produit par cette pression ne soit pas plus d'un neuvième de P, le cordon ne se mouvra pas même si la force R cesse d'agir. Si les deux extrémités du cordon sont pressées de manière à passer sous l'enroulement (fig. 150), il y aura beaucoup moins de pression sur chaque. Or en diminuant le rayon du cylindre, cette pression peut s'accroître indéfiniment, puisque, par la loi connue des courbes funiculaires, elle varie en raison in-

**144. Poulie fixe.** — Supposons deux forces  $P$  et  $P'$  (*Fig. 134*) agissant dans une direction quelconque aux extrémités d'une corde passant sur une poulie ayant sa chape fixe et qu'on appelle dès-lors *poulie fixe*. Le frottement entre la corde et la surface l'empêchera de glisser sur cette surface ainsi que nous l'avons expliqué déjà. Les forces  $P$  et  $P'$  tendront donc, chacune, à communiquer le mouvement à la poulie autour de son axe, et puisqu'elles agissent à des distances perpendiculaires égales  $CM$  et  $CM'$ , de l'axe, cette tendance ne sera détruite qu'autant qu'elles seront égales l'une à l'autre (1). Cela donne un moyen de transmission de force, sans altération ou diminution de force d'une direction à une autre sous un angle quelconque avec la pression, et agissant à une distance quelconque. On peut changer ainsi la force de haut en bas (*Fig. 133*) en une force de bas en haut (*Fig. 132*), et réciproquement. Par la combinaison de deux ou de plusieurs poulies, il n'est pas de chemin, quelque long et tortueux qu'il soit, par lequel on ne puisse transmettre ainsi une pression égale.

Quand les forces agissant sur une poulie sont en directions parallèles, il est évident que la pression sur l'axe est égale à leur somme, ou deux fois l'une d'elles, ajoutée au poids de la poulie.

verso du rayon. On peut donc diminuer assez le rayon d'un cylindre, pour qu'aucune force ne soit assez grande pour en chasser une corde enroulée dessus (*Fig. 130*), même sans qu'une extrémité reste libre et sans application d'aucune force. Supposons la corde double (*Fig. 131*) enroulée comme précédemment, il est évident qu'on peut faire le cylindre assez petit pour qu'aucunes forces  $P$  et  $P'$  appliquées aux extrémités de l'une des doubles cordes, ne soient suffisantes pour les en retirer, dans quelques directions qu'elles y soient appliquées.

On tons maintenant le cylindre. La corde alors étant serrée, au lieu d'être enroulée sur un cylindre, se repliera sur elle-même, aux points  $m$  et  $n$ , et la corde, au lieu d'être passée en ces points sur le cylindre par une force agissant sur une portion de la circonférence, sera passée par une force plus considérable agissant tout autour d'elle. Tout ce que nous avons dit de l'impossibilité de détacher la corde aura lieu encore à un plus haut degré. Enfin, aucune force  $P$  et  $P'$  agissant pour tirer les cordes  $P$  et  $P'$ , ne pourra défaire le noeud.

(1). On ne tient compte ici ni du frottement de la poulie sur son axe, ni de son frottement contre sa chape.

and leurs directions ne sont pas parallèles, la pression est égale à leur résultante. Cette résultante peut être ainsi qu'il suit : soient  $M$ ,  $M'$  (Ag. 152 et 153) où les cordes abandonnent les poulies. Joignons  $f'$ , ces lignes sont perpendiculaires à  $RM$  et  $PM'$ , ces étant tangentes en  $M$  et  $M'$ . Joignons  $MM'$ , sera perpendiculaire à  $CZ$ . D'où il suit que les  $CM$ ,  $CM'$  et  $MM'$ , formant le triangle  $CMM'$ , perpendiculaires aux directions des trois forces qui maintiennent la poulie en repos, et sont par conséquent proportionnelles à ces forces (1); en sorte que si l'on en prend une pour l'une des forces, les autres représenteront les autres. Si donc  $CM$  représente la puissance  $P$ ,  $MM'$  représente la résistance  $R$ ; et cette résistance peut être déterminée par la proportion

$$CM : MM' :: P : R$$

Si on emploie la même puissance, mais enroulant diverses fois le cordon sur la poulie, il est clair que l'on augmente

on peut le prouver de la manière suivante : soient  $AB$ ,  $AC$  (Fig. 35) trois lignes représentant, en grandeur et en direction, les forces tenant une masse en repos et formant dès-lors un triangle et la diagonale d'un parallélogramme. Prenons des points  $P$ ,  $Q$ ,  $R$ , dans les directions de ces lignes les perpendiculaires  $Pc$ ,  $Qa$ ,  $Rb$ ; et prolongeons-les jusqu'elles se coupent deux à deux, pour former le triangle

un principe connu de géométrie, que si deux lignes sont inclinées à l'autre, sous un angle quelconque, et qu'on mène des lignes perpendiculaires, ces dernières sont inclinées sous le même

angle que  $Pc$  et  $Qc$  sont inclinées l'une à l'autre sous le même angle que sont  $AD$  et  $AC$ ; ou que l'angle  $Pca$  est égal à l'angle  $Qcb$ . Sur la même raison, l'angle  $cab$  est égal à l'angle  $CAB$ . L'angle  $CAD$  est égal à son alterne  $ACB$ ; donc les deux angles  $CAD$  et  $ACB$  sont respectivement égaux aux deux angles  $cab$  et  $cbC$  et conséquemment les triangles sont équiangles et semblables. Si on divise  $AC$  en un certain nombre de parties égales, et  $ac$  en un même nombre de parties, il y aura autant de parties de même longueur que dans  $AB$  et  $BC$ , respectivement, qu'il y en a de même dans la seconde dans  $ab$  et  $bc$ . Or  $BC$  est égal à  $AD$  et les côtés opposés d'un même parallélogramme. Il s'ensuit que si les côtés  $ac$  du triangle  $abc$  est pris pour représenter la

sur laquelle passe le câble P C D, ayant une de ses extrémités sollicitée par la puissance P, et l'autre fixée à l'obstacle mobile D, soit attachée par sa chape à une seconde poulie P<sub>1</sub> C<sub>1</sub>, passant sur une seconde poulie attachée à un point fixe D<sub>1</sub>; qu'une troisième poulie s'attache de même à la seconde, et ainsi de suite.

Supposons enfin que la dernière poulie porte un poids R. Puisque les cordons C<sub>1</sub> P<sub>1</sub> et C<sub>1</sub> D<sub>1</sub> supportent également le poids R, chacun d'eux en porte moitié, la tension sur le cordon P<sub>1</sub> C<sub>1</sub> est moitié du poids R. Les cordons C<sub>2</sub> P<sub>2</sub> et C<sub>2</sub> D<sub>2</sub> supportent également cette tension, chacun d'eux en supporte donc moitié, ou  $\frac{1}{4}$  de R. D<sub>1</sub> P<sub>1</sub> C<sub>1</sub> et C<sub>1</sub> D<sub>1</sub> se divisent la tension sur P<sub>2</sub> C<sub>2</sub>, portant  $\frac{1}{8}$  de R, et C P et C D en portant chacun  $\frac{1}{16}$  de R, ce qui est, par conséquent, la valeur de la puissance P nécessaire à l'équilibre, ou bien  $R = 16 P$ . On peut déterminer la puissance nécessaire pour supporter le poids quel que soit le nombre des poulies intermédiaires, en divisant le poids par le nombre résultant de la multiplication de deux fois autant de fois par lui-même qu'il y a de poulies.

Nous avons négligé ici les poids des poulies; la puissance additionnelle nécessaire d'ailleurs pour les supporter est facile à calculer aisément en considérant le poids de chacune comme une force appliquée séparément à cette poulie. Ainsi, pour porter la première poulie, moitié de son poids doit être ajoutée à la puissance. Pour supporter la seconde, il suffit d'ajouter son poids, de  $\frac{1}{8}$  pour la troisième, et de  $\frac{1}{16}$  pour la quatrième. En les ajoutant à la puissance on a tout ce qui est nécessaire à l'équilibre.

Dans la fig. 159, les poulies augmentent de diamètre à partir de la première. La raison en est que les pressions sur les axes s'accroissent continuellement, si l'on ne donne d'une force suffisante l'axe de la première, celui de la seconde doit être d'un diamètre plus grand que celui de la première, celui de la troisième plus grand encore, et ainsi de suite. Les essieux augmentant de diamètre, les frottements sur ces essieux s'accroissent aussi. Il faut donc que les diamètres des poulies deviennent de plus en plus grands que chacun puisse agir avec la même puissance pour balancer ce frottement.

. *Second système de poulies.* — Dans le système que venons de décrire, la résistance sur la corde de la der-poulie et les poids des différentes poulies agissent contre l'ascension ou tendent à accroître la résistance. Nous allons décrire un système dans lequel les tensions des cordes de toutes les poulies agissent immédiatement sur la résistance, et dans lequel les poids des poulies *favorisent* la puissance ou tendent de concert avec elle.

$P_1, P_2$  (Fig. 140) sont des poulies mobiles, et  $P_3$  est une poulie fixe. Un câble passant sur la poulie  $P_3$  est attaché d'une de ses extrémités à une barre portant un poids  $R$ , l'autre extrémité à la chape d'une poulie mobile  $P_2$ , par laquelle passe un second câble agissant de même sur  $R$ , l'autre extrémité à la chape d'une troisième poulie  $P_1$ ; le nombre des poulies peut être augmenté indéfiniment. Le câble qui passe sur la der-poulie supporte l'action de la puissance  $P$ .

La puissance  $P$ , par le moyen du câble  $PP_1$ , supporte une portion du poids  $R$  égale à  $P$  et transmet sur la poulie  $P_1$ , par laquelle la poulie  $P_2$  est suspendue, une tension égale à  $2P$ , et conséquemment elle supporte en  $p_1$  une portion ultérieure du poids, égale à  $2P$ . Cette tension de  $2P$  agit en  $p_2$ , produit de nouveau sur  $P_2$ , une tension égale à  $4P$  et supporte par conséquent, en  $p_2$ , une portion du poids égale à  $4P$ . On verrait de même que la portion du poids soutenue en  $p_3$  est égale à  $8P$ . Ainsi le poids  $R$  est fait pour porter aux points  $p_1, p_2, p_3, p_4$ , des portions du poids égales à  $P, 2P, 4P, 8P$ , respectivement; et tout le poids soutenu est égal à  $15P$ , ou bien  $R = 15P$ .

On peut calculer, d'une manière analogue, le rapport de la puissance à la résistance du poids, quel que soit le nombre de poulies dont le système soit composé. Nous avons ici négligé les poids des poulies; il est évident qu'ils agissent tous pour *soutenir* le poids  $R$ . Leur effet dans ce sens doit être calculé comme précédemment. Les poulies doivent s'accroître en nombre, à partir de celle qui porte la puissance, pour les mêmes raisons que dans le système précédent.

2. Les deux systèmes précédents se modifient quelquefois en combinant avec chaque partie mobile, une poulie fixe d'un poids moitié moindre. Le câble passe dessus, et retourne à la chape. Chaque poulie mobile, alors, au lieu d'être soutenue par les tensions égales des deux câbles, est



soutenue par les tensions égales de trois (*fig.* sions sur les câbles successifs, au lieu d'être, double, sont le triple l'un de l'autre. Le rapport de la puissance et de la résistance peut, en ayant égard à la longueur, se calculer précisément de la même manière.

153. Dans la pratique, on n'emploie que même pas du tout, les systèmes de poulies que de décrire. Les poulies en général sont mises en œuvre seulement pour surmonter de grandes résistances et produire un degré plus ou moins considérable de mouvement continu. Or, revenant à la *fig.* 140, il est évident que raccourcissant chaque cordon qui passe sur une poulie d'une certaine quantité, nous ferons mouvoir la puissance et nous raccourcirons le cordon voisin auquel la puissance est attachée, seulement de moitié de cette quantité. En faisant ainsi un certain mouvement à la puissance, nous ferons mouvoir les diverses poulies, à partir de la première, dans une cune en des espaces égaux à la moitié de celui de la poulie précédente. Les poulies se sépareront donc de plus en plus l'une de l'autre. Celle qui porte la puissance se déplacera vite, et deviendra inutile, avant même que la charge ait remonté sensiblement.

C'est pour cela qu'on a inventé un autre système de poulies dont on fait habituellement usage, et qui, sans employer plus de puissance avec le même nombre de poulies, ou avec la même liberté de frottement, est d'un emploi beaucoup plus avantageux.

154. A et B (*fig.* 142) sont deux blocs dans lesquels est disposée une série de poulies, l'une au-dessus de l'autre, et chacune mobile sur un essieu séparé. Le bloc A est fixe, et le bloc inférieur B est mobile, empêché de descendre. Un câble portant la puissance passe sur la poulie supérieure du bloc d'en haut et sur la poulie inférieure du bloc d'en bas, et ainsi de suite jusqu'à ce que son extrémité se fixe à l'extrémité du bloc d'en haut. La tension est la même partout, et par conséquent la puissance est la même partout. Or l'effet de ces tensions sur le bloc B est égal à la somme de toutes les tensions, si elles sont parallèles l'une à l'autre, est égal à la puissance ou bien à autant de fois la puissance P qu'il y a de poulies.

sur le bloc d'en bas. Si donc il y a six cordons, comme *fig. 142*,  $R = 6P$ .

1, dans la pratique, un inconvénient à se servir de ce , et qui provient de ce que la longueur des blocs em-élever le poids à une distance considérable du point e système est suspendu.

Pour obvier à cet inconvénient, on a disposé un sys-ns lequel les poulies, au lieu d'être enfilées l'une au-de l'autre dans chaque moufle, ce qui nécessite une longueur des moufles, sont simplement *côte à côte* et par des chapes qui leur permettent de tourner sur e axe (*fig. 143*). Un inconvénient dans l'usage de cette le moufle, c'est que les cordes changent de plan en d'un moufle à l'autre, en sorte que, quoiqu'elles arallèles *l'une à l'autre*, de chaque côté du moufle, le sont pas respectivement à celles qui sont du côté du même moufle. Il en résulte un tirage oblique des ur les poulies, ce qui tend à accroître les frottemens et re les axes.

*Poulie Sméaton (fig. 144)*. — Le célèbre Sméaton a un système de poulies d'une manière fort ingénieuse. ix moufles renferment chacun dix poulies, en deux l'une au-dessous de l'autre, et un seul câble passe sur dans l'ordre indiqué par les chiffres. La tension e même sur le câble, partout, chaque brin agit sur la ce avec une force égale à la puissance. La totalité de est égale à la puissance répétée autant de fois qu'il y viers.

une objection contre le système, c'est que chaque poulie it sur un axe séparé, le câble perd une partie de sa en passant dessus (1), en sorte que les tensions sur

perte totale par le frottement peut se déterminer aisément. ons vu (art. 109) que la poulie ne peut pas être mise en ant, à moins que la résultante  $Z$  de la puissance et de la résis- passe en  $N$  (*fig. 146*), de sorte que l'angle  $C N Z$  soit égal e limite de résistance. Il s'ensuit que  $CN$  étant oblique par à  $BP$  et  $AR$ , sous un angle égal à l'angle limite de résis- et  $MN$  étant mené par  $N$  parallèlement à  $BP$  ou  $AR$ ,  $R$  que

$$P \times MB = R \times MA$$

on tire la valeur de  $R$ . La différence entre  $R$  et  $P$  est la e frottement. [*Voyez l'appendice.*]

les brins diminuent continuellement, et celui qui agit directement la puissance, est d'un coup moindre que celle que nous avons vu.

157. *Poulie White* (fig. 145). — C'est une poulie où toutes les poulies tournent sur un même axe, sont les mouffles dans lesquels les brins passent, les uns à côté l'une sous l'autre, ou côte à côte, et les autres l'une sur l'autre. Le même câble passe sur toutes, commençant à la plus grande poulie inférieure, et elle est attachée au centre de la poulie supérieure.

Supposons que les deux mouffles soient à une distance quelconque. Le brin qui passe sur la poulie raccourci d'une longueur égale à celle de la poulie sera celui du brin qui passe sur la poulie inférieure ; mais en venant sur la poulie supérieure de même que C C<sub>1</sub>. Donc en passant sur la poulie inférieure la longueur du brin passant sur C<sub>1</sub> aura une longueur de brin égale à celle de la poulie dont a été raccourci C<sub>1</sub> C<sub>2</sub>, c'est-à-dire deux fois la longueur du brin qui passe sur la poulie inférieure. Les longueurs des brins qui passent sur les poulies sont donc respectivement comme les nombres 1, 2, 3, 4, etc. Ceux qui passent sur les poulies de la poulie inférieure comme les nombres impairs de la série, et ceux qui passent sur les autres comme les nombres pairs. Les dimensions des poulies doivent être en raison inverse à ce que chacune reçoive le brin qui passe sur elle. Il est aisé de voir que pour que cela soit possible, les dimensions doivent être dans le moufle supérieur 3, 5 etc., et dans le moufle inférieur 4, 6, etc.

(1) Or pendant que les deux mouffles tournent, les brins de chacun, puisqu'elles sont fixées par un même axe, font un angle. Les différentes longueurs des brins qui passent sous-tendent les mêmes angles dans les poulies, et sont donc égales à celles des arcs. Les arcs sous-tendus par les différentes poulies du même moufle sont en raison inverse des nombres 1, 3, 5, etc., pour le moufle d'en haut, et 4, 6, etc. pour le moufle d'en bas. Mais les arcs sont en raison inverse comme les rayons. Les rayons des différentes poulies ont le même rapport.

de cordes, que nous supposerons sans peser ses angles pour les forces  $P_1, P_2, \dots$ . Troublent le système en équilibre, s'il était tel que si ces forces étaient réunies en un seul point appliqué parallèlement à leurs directions, le système serait en équilibre (art. 37). Toutes les forces appliquées sur l'un des angles du polygone, dans leurs directions actuelles, maintiendront donc l'équilibre.

Il est clair que si l'on suppose appliquée sur un point dans la direction de sa longueur, une force sur ce côté, et qu'on enlève toute cette force qui est vers la direction de cette tension, le système restera en équilibre.

Appliquons suivant la direction du côté  $P_2 P_3$ , une tension de ce côté, nous pourrons enlever la force  $P_2$  du polygone sans troubler l'équilibre. Les forces appliquées à  $P, P_1, P_3$ , le maintiendront en équilibre comme s'il était rigide, et que si  $P_3$ , elles maintiendront ce point en repos. Les forces agissant sur une portion quelconque de la branche  $P P_2 P_3$ , sont telles que si elles étaient appliquées à l'extrême  $P_2$ , elles seraient en équilibre avec la tension du côté  $P_2 P_3$  se terminant à ce point.

Cette proposition nous conduit à plusieurs conclusions d'importance en pratique. Supposons que les cordes soient remplacées par des poids suspendus aux angles (fig. 151). Il suit de ce qui précède que si les poids étaient tous suspendus au point  $P$ , comme dans la fig. 151, et que la force  $P$  fût aussi appliquée au point  $P$  sa parallèle  $P'$ ; ces forces produiraient une tension qui existait déjà sur le cordon. Par conséquent elles auraient cette tension en plus. Il s'ensuit dès-lors que plus les poids sont nombreux sur la branche  $PP_3$  du polygone, plus la tension est grande sur le côté  $P_2 P_3$ . La tension sur une branche est donc la plus grande à ses points extrêmes et la moindre au point milieu entre eux.

Remarque. — Tout ceci a lieu, quel que soit le nombre de côtés du polygone, et par conséquent pour un polygone infini de côtés. Dans ce cas le poly-

en un seul point du système (art. 37) portions d'assemblage, chargées de poids sont plus près des points de suspension, à céder ; qu'aussi, quelle que soit la forme de l'assemblage *suspendu*, ce sera celle dans laquelle on le placera *debout*.

174. Quand un assemblage ou polygone de poids, est suspendu, son centre de gravité est le *plus bas*, et son équilibre est dit *stable*. Si on dérangerait de cette position, il y reviendrait nécessairement à la permanence d'un système de parties soient rigides, ou ses angles soient mobiles. Si l'on renverse cette figure, son centre de gravité est le *plus haut*, et son équilibre devient instable. Si on le déplace d'une sorte qu'une fois déplacé, le système ne revienne pas en équilibre, et que changeant de figure il tombe sur la terre.

Pour l'équilibre continu d'une charpente, il est donc essentiel que ses joints soient raidis, et qu'ils aient lieu par aucune particularité du joint, car les différentes parties d'un tel joint ébranlées, sont, d'après le principe du levier, renversées par l'action d'une force, quelquefois agissant à l'extrémité de la verge. Il est donc essentiel que chaque joint soit raidi par une charpente. Cette nécessité de renforcer provient uniquement de l'économie de l'assemblage suspendu, que dans le polygone *suspendu*, ou courbe, la seule nécessité est que les parties ne se *brisent* pas. Si l'assemblage est *debout*, il faut se mettre en garde contre la *flexibilité* que contre les chances de compression. Les ponts en chaînes de fer contiennent moins de bois et sont moins coûteux de beaucoup que les ponts en fer. D'un autre côté, une difficulté sérieuse pour les ponts suspendus, est leur disposition. Nous donnerons des explications à ce sujet, en parlant de la machine.

175. Outre cette économie, résultant de la petite quantité de matériaux nécessaires à leur construction, les ponts suspendus ont une prééminence qui tient à la

indépendants du lit de la rivière qu'ils traversent. On peut ainsi se frayer un passage dans un endroit qui serait impraticable soit par la rapidité du courant, soit par la hauteur des rives, et où l'on ne pourrait fonder les supports nécessaires aux arches d'un pont de pierre ou de fer.

176. Il y a plusieurs modes de donner de la rigidité à un système de verges; mais tous se réduisent, directement ou indirectement, à la disposition en *triangles* des verges qui le composent.

De toutes les figures simples de géométrie, le triangle est la seule dont on ne puisse altérer la force sans altérer les dimensions des côtés (1), et qui ne peut céder par conséquent sans que les angles se séparent ou que les côtés se brisent. Ainsi un triangle dont les angles ne peuvent se disjoindre et dont les côtés sont d'une force suffisante, est parfaitement rigide; et l'on ne peut en dire autant d'aucune autre figure plane. Un parallélogramme peut avoir ses côtés d'une force infinie, et ses joints assez solides pour ne pas se briser, et cependant être fait de manière que sa forme soit altérée par la moindre force qui agira dessus. Cela est vrai de toutes les figures de quatre côtés et de tous les polygones, à un degré moindre ou plus grand. C'est pour cela que dans tout assemblage, on prend soin de combiner, autant que possible, les compartimens en triangles. Ceci fait, on sait que la rigidité du système peut s'assurer en donnant une force convenable à la charpente et aux joints.

La charpente d'une simple barrière offre un exemple de ce principe. La forme extérieure est ordinairement un parallélogramme rectangulaire. Si les barres qui la composent (fig. 159) sont simplement disposées parallèlement aux côtés, en sorte que l'ensemble ne présente qu'une série de parallélogrammes, la barrière aura bientôt sa forme altérée.

Une barre diagonale (fig. 160) remédie au mal, en changeant les parallélogrammes en *triangles* et donnant une parfaite rigidité au système.

(1) C'est un corollaire de la proposition d'Euclide : « Que sur la même base et sur le même côté de cette base, il ne peut y avoir deux triangles ayant leurs côtés terminés à une extrémité de base égale l'une à l'autre, avec leurs côtés terminés à l'autre extrémité. »

177. Dans les cintres dont on se sert pour supporter des arcs qui composent une arche, au fur et à mesure qu'on les élève, et avant que la mise en place de la clef les rende capables de se soutenir mutuellement dans leurs positions respectives par leur pression; il est de la plus grande importance que la rigidité parfaite se conserve sous la pression énorme à laquelle le système doit être assujéti. On y parvient en donnant une grande force aux charpentes du cintre, disposant en triangles bien joints à leurs angles. La *fig. 163* représente un des cintres employés pour supporter les arcs de la grande arche du pont de Londres, pendant sa construction.

178. On donne quelquefois une forme triangulaire aux compartimens de la charpente d'un pont de bois (*fig. 164*) ou du comble d'un large bâtiment, en combinant plusieurs polygones. Le dessin représente le comble d'un cours des douanes à Cherbourg; il est de très-grande dimension.

179. Si nous concevons un nombre infiniment grand de polygones de ce genre, dont les côtés seront infiniment petits, la charpente deviendra une arche continue et sera maintenant en usage pour les ponts et les combles des grands édifices.

La *fig. 165* donne le dessin d'une arche de ce genre de 255 *feet* (71 mètres) de large. Il y en a un exemple à la manège militaire, et un autre au pont de Bamble fut construit par *Wiebeking*. Le plus grand pont de ce genre qui paraisse avoir été jamais construit, est celui de Limmat, près l'abbaye de Weltingen. Il avait 390 *feet* (112 mètres) de longueur; il fut bâti en 1778 par deux charpentiers, les frères *Grubenmann*, et fut détruit pendant la guerre de 1799. Il était construit d'après le principe des arches en bois.

On peut construire des ponts excessivement plats de ce genre (*fig. 164*). Le pont appelé Oète, en Picardie, par *Coffenette*, a 126 *feet* (48 mètres) de largeur, et son élévation au-dessus de l'eau est de 6 *feet* 3 *inches* (1 m, 9 dm) au-dessus de l'eau. Le pont sur le Schuylkill, à Philadelphie, appelé le Colosse, est de 340 *feet* (103 mètres) de longueur, et son élévation au-dessus de l'eau est de 20 *feet* (6 m, 1 dm) et son tablier de 7 *feet* (2 mètres) de largeur.

et d'une seule arche de 250 *feet* (76 mètres) de  
de 27 *feet* (8 mètres) de hauteur, a été cons-  
atagua, près Portsmouth, aux Etats-Unis, en 1796.

## CHAPITRE XV.

*libre de corps solides en contact. — 184. L'Arche.*  
*La ligne de pression. — 189. Les points de rup-*  
*- 191. La chute de l'arche. — 192. Tassement de*  
*— 193. Voûte et dôme. — 194. Histoire de*

oit  $MM_1$  (*Ag.* 165) un corps solide sollicité par  
e quelconque de forces  $P_1, P_2, P_3$ , etc.; la  
d'un certain nombre d'entr'elles,  $R$ , étant égale  
à celle des autres,  $R_1$ .

ons le corps coupé par un plan  $MM_1$ ; une ques-  
ésente quant aux *nouvelles* conditions nécessaires  
les forces qui maintenaient le corps en repos  
ormait une seule masse continue, persistent à l'y  
quand il est séparé en deux solides. Cette question  
grande importance dans la théorie de la construc-  
ous la discuterons avec détails.

opposons que les forces agissant sur les différentes  
a corps soient remplacées par leurs résultantes  
ni seront égales et opposées. La première condi-  
que la ligne suivant laquelle agissent  $R$  et  $R_1$ ,  
longée, passe par le plan d'intersection  $MM_1$ .  
i elle tombait en dehors de ce plan (*Ag.* 166),  
-à-fait évident que les deux parties du corps tour-  
utour du point  $M$ . Les forces  $R$  et  $R_1$  doivent  
fait, soutenues par les pressions sur les différens  
surfaces en contact. Ces surfaces doivent donc  
que les résultantes des pressions sur leurs diffé-  
ts soient en direction opposée aux forces  $R$  et  $R_1$ .  
ésultantes sont évidemment *dans* les limites qui  
et les pressions elles-mêmes. Si donc les directions



de  $R$  et  $R_1$  sont hors de cette limite, elles ne soutiennent.

Pour que la résultante des pressions sur les deux corps en contact en  $MM_1$ , soit opposée à la résultante des poids  $R$  et  $R_1$ , il n'est pas nécessaire que ces surfaces soient planes; elles peuvent être appliquées l'une contre l'autre en un certain nombre de points isolés, la résultante des pressions sur elles ayant sa direction, comme ci-dessus, dans l'espace renfermé par une série de lignes droites joignant les points extrêmes d'application; tout ce qu'il faut, c'est que la direction des forces  $R$  et  $R_1$  passe dans le plan (art. 56). Ainsi la masse peut être creuse, le contact formant un anneau continu; ou bien, les deux corps peuvent s'appuyer contre la saillie de l'autre.

182. Cette condition n'est cependant pas la seule nécessaire à l'équilibre des deux corps. Il est évident, en outre, que la direction des résultantes ne doit pas faire avec la perpendiculaire au plan  $M$  un angle plus grand que l'angle limite de résistance. Si l'angle est plus grand, aucune résistance d'une surface ne pourrait empêcher la force que lui imprimerait l'autre, et les deux corps glisseraient l'un contre l'autre (art. 72).

Il faut donc que ces deux conditions soient remplies, pour que l'équilibre soit complet.

En voici un exemple des plus simples :

183. Soit demandé de déterminer dans quel état doit être coupé le fût cylindrique  $AB$  (fig. 167) pour qu'il soit en équilibre. En premier lieu, il est clair que la résultante des pressions sur la plus haute portion coupe le plan  $M$  doit être verticale, n'étant autres que les poids de ces parties, et agissant par leur centre de gravité. Il n'est donc possible que cette partie supérieure tourne sur celle inférieure.

Pour empêcher que la portion supérieure glisse contre l'autre, il faut seulement que la résultante des pressions est verticale, ne fasse pas avec la perpendiculaire un angle plus grand que l'angle de résistance déjà vu (art. 79) qu'il n'en peut être ainsi si le plan n'est pas incliné à l'horizon sous un angle plus grand que cet angle. Menons donc, par le point  $o$

$M'M'$ , inclinés à l'horizon, dans des directions es, sous des angles égaux à l'angle limite de résis— Alors le cylindre coupé dans toute direction inter— re à ces plans, restera la partie supérieure posée sur inférieure.

Supposons maintenant que la masse  $A_1 A B B_1$  (*fig.* l'ont le centre de gravité est en  $G$ , immédiatement au— de sa base, et qui se tient ferme tant qu'elle forme un continu, soit coupée suivant les directions  $A_1 B_1$ ,  $A_2 B_2$ , et demande de déterminer dans quelles circonstances ce e de pierres, ainsi disposé, restera en équilibre. Prenons re de gravité de la pierre la plus élevée, et  $G_1$  centre de commun de cette pierre et de celle inférieure. Il est nécessaire, pour l'équilibre, 1° que la verticale  $G_1 g_1$  le joint  $A_1 B_1$ , et que sa direction tombe dans l'angle de résistance; ou bien, en d'autres termes, que  $G_1 g_1$  n'abe pas au-delà du point  $B_1$ , ou que  $A_1 B_1$  ne soit pas à l'horizon sous un angle plus grand que l'angle limite stance (art. 79); car, sans cela, la pierre  $A_1 B_1$   $A_2 B_2$  rait sur  $B_1$  ou glisserait en bas de  $A_1 B_1$ . 2° Ceci ayant que la première pierre restera sur la seconde, il est aire en outre que la verticale  $G_2 g_2$ , du centre commun avité  $G_2$ , des deux premières pierres, coupe le plan  $A_1 B_1$  et que ce dernier plan soit aussi incliné à l'horizon sous igle moindre que l'angle limite de résistance; autrement, ces premières pierres tourneraient sur le point  $B_1$ , ou raient sur la surface  $A_1 B_1$ . On peut faire voir de même, l la division est faite pour un grand nombre de parties, prenant le centre de gravité de la pierre la plus élevée, re commun de gravité des deux plus élevées, celui des plus élevées, etc., et menant des verticales par ces l, il faut que ces verticales, en premier lieu, coupent nts inférieurs de chacun des systèmes ainsi formés; et, ond lieu, qu'aucun des joints ne soit incliné à l'horizon n angle plus grand que l'angle limite de résistance. . Supposons que la pierre la plus élevée d'un système genre soit pressée par une force horizontale  $P$  (*fig.* les conditions de l'équilibre deviennent alors beaucoup mpliquées. Pour les déterminer, prenons une horizon—  $EN$  d'une longueur indéterminée et une verticale  $ab$ . Di—  $a b$  en autant d'unités qu'il y en a dans la force  $P$ , et

Les deux forces  $a, b$ , sont représentées par les segments  $a, b$ , perpendiculaires à leurs directions respectives. La force  $c$ , représentée par le segment  $c$ , est perpendiculaire à la direction de la résultante  $A, B$ . En prolongeant les segments  $a, b$ , jusqu'à leur intersection en  $P$ , on trouve que le segment  $PC$  représente la troisième force en grandeur et direction. Prolongeons la  $P$  jusqu'à ce qu'elle rencontre la verticale de  $G$  en  $m$ , et menons  $m, m$ , perpendiculaire à la direction de la résultante  $A, B$ . Cette ligne sera dans la direction de la résultante sur  $A, B$ .

Si de même l'on prend  $b, b$ , contenant la même longueur ci-dessus qu'il y en a dans le premier; puisque cette ligne et  $a, b$ , représentent deux des forces agissant sur le second point, perpendiculaires à leurs directions; si l'on prolonge  $b, b$ , jusqu'à sa rencontre avec la verticale de  $G$  en  $m$ , et qu'on mène  $m, m$ , perpendiculaire à la direction de la résultante  $A, B$ , en grandeur, et perpendiculaire en direction.

Alors si l'on prolonge  $m, m$ , jusqu'à sa rencontre avec la verticale de  $G$  en  $m$ , et qu'on mène  $m, m$ , perpendiculaire à la direction de la résultante  $A, B$ . Ainsi les lignes  $m, m$ ,  $m, m$ ,  $m, m$ , sont dans la direction de la résultante sur  $A, B$ . Ainsi les lignes  $m, m$ ,  $m, m$ ,  $m, m$ , sont dans la direction de la résultante sur  $A, B$ .

ne ligne ne coupe nulle part la surface extérieure etc., ou la surface intérieure  $B_1 B_2 B_3 B_4$ , etc.; coupe l'une ou l'autre de ces surfaces en un point  $v$ , toute la pression de la construction en dessus joint  $A B$  immédiatement au-dessous du point  $v$ , autour duquel il tourne nécessairement. Il est indispensable à l'équilibre que les directions des pressions  $m_1 m_2$ , etc., suivant lesquelles agissent les pressions sur les surfaces, soient dans les angles limites des angles à ces surfaces.

On prolonge les lignes  $a b_1, a b_2$ , etc., et les lignes  $A_1 B_1, A_2 B_2$ , si on les prolonge, font respectivement ensemble avec les lignes  $m_1 m_2, m_3 m_4$ , etc., font avec les surfaces aux surfaces des joints, les premières lignes sont respectivement perpendiculaires aux dernières. La construction se réduit d'elle-même à ceci, que les lignes  $a b_1, a b_2$ , etc., et  $A_1 B_1, A_2 B_2$ , etc., étant prolongées, fassent entre elles l'une avec l'autre des angles qui ne soient pas plus petits que l'angle limite de résistance. Si elles sont perpendiculaires l'une à l'autre, ou si elles ne font pas d'angles l'une avec l'autre, alors les directions des pressions  $m_1 m_2, m_3 m_4$ , etc., sont perpendiculaires à leurs surfaces respectives, et les pressions glisseraient pas lors même qu'il n'y aurait pas de frottement. Cette proportion dans les dimensions des pierres, dans la direction de pression s'exerce, est la condition pour assurer la stabilité de la construction. Pour déterminer ces dimensions, ayant pris encore la force horizontale  $P$ , et la divisant en unités de longueur qu'il y a d'unités de force, nous mènerons par  $a$  les lignes  $a b_1, a b_2$ , etc., parallèles successives, et déterminer les nombres des unités de longueur de  $b b_1, b b_2, b b_3$ , etc., respectivement. Ces nombres donneront les unités de poids que les voussoirs peuvent contenir.

Les lignes  $a b_1, a b_2$ , etc., sont menées, faisant avec les surfaces des angles égaux à l'angle limite de résistance, et on mène, comme tout-à-l'heure, des voussoirs contenant des unités de poids respectivement qu'il y en a de longueur. Les lignes  $b b_1, b b_2$ , etc., alors les directions des pressions  $m_1 m_2, m_3 m_4$ , etc., feront avec les perpendiculaires aux surfaces des joints, des angles égaux chacun à l'angle li-

mie de résistance, et les pierres seront sur le point vers  $a$  ou  $b$ , si  $a < b$ , etc., font leurs angles avec plus près de la verticale; elles seront sur le point vers  $b$  ou  $a$ , si elles s'en éloignent davantage. Les pressions de ces dimensions, la construction est dite de son mouvement. Elle résistera, en ce qui regarde, sans aucun autre système de pierres intérieures.

189. Il est évident que la situation de la ligne dépend de la grandeur de la force  $P$ . Si cette force est grande, elle coupera la surface extérieure, et si elle est petite, ce sera la surface intérieure; dans l'un et l'autre cas, l'équilibre sera détruit. La plus grande valeur de l'équilibre, est celle qui fait que la ligne de pression est en contact avec la surface extérieure; et la plus petite est celle qui la met en contact avec la surface intérieure. Cette dernière est la force qui empêche la construction à se précipiter vers  $P$ .

Supposons cette force  $P$  maintenue par une égale à une semblable construction, à la chute en direction, il y aura formation d'une arche.

190. Les conditions d'équilibre d'une arche sont les mêmes que nous venons d'établir, avec l'ajout additionnel, que la ligne de pression touche l'intérieur, nommée l'intrados, en certains points, les points de rupture, et que la pression soit la moindre possible que chaque demi-arche puisse supporter.

La ligne de pression ne peut pas couper l'intrados; car si cela arrivait, toute cette partie de la ligne qui est au-dessus du point d'intersection, tournerait immédiatement en dessous de ce joint. C'est impossible, car, avec quelque force que cette ligne soit poussée, elle est contre-balancée par une tendue qui agit dans l'autre demi-arche.

Quoique la ligne de pression ne puisse pas couper l'extrados, elle peut cependant arriver à couper l'extrados, si elle est poussée à couper l'extrados de l'arche.

191. Supposons qu'elle coupe l'extrados en  $S$ . La force sur l'arche, compris son poids, agissant dans la direction de la ligne de pression, si elle était concentrée dans la ligne de pression, les deux portions de l'arche, au-dessus de  $S$  et au-dessous de  $S$ , se renverseraient sur les joint

gardons de ces points. Mais l'arche étant ainsi appuyée, les voussoirs supérieurs tendent à tomber, et, en tournant sur leurs angles inférieurs, et cette rotation est plus grande aux points R et R' où la pression est la plus capable de résister à cette révolution. L'arche s'écroulera au couronnement et aux joints immédiatement au-dessous de R, R', S, S'.

C'est précisément ce qui a été observé entre la manière de briser une arche, dans les expériences faites à ce sujet par Goussier et le professeur Robinson.

Le premier essayait les piles des vieilles arches pour les faire tomber, ce qui avait invariablement lieu comme nous l'avons dit en détail. Le professeur Robinson faisait des modèles en bois et les chargeait sur le couronnement jusqu'à la ligne de pression coupée l'extrados; les arches s'écrasaient alors, et les expériences donnèrent constamment les mêmes résultats.

Il résulte que les matériaux de l'arche doivent également résister à ces points où la ligne de pression approche le plus de l'intrados. Aussi, dans les expériences du professeur Robinson, observe-t-on qu'ils se fendaient et devenaient une rupture complète.

En chargeant ces arches au couronnement jusqu'à ce qu'elles tombassent, il observa que les points où les matériaux commencent à céder n'étaient pas précisément ceux où la rupture finale avait lieu. Ce fait présente une circonstance remarquable de ce que nous avons dit dans ce chapitre. Il est manifeste que suivant cette théorie, avec quelques variations dans la moindre force P (fig. 169) qui maintient la demi-arche, si on l'appliquait à son sommet, il y aurait un changement correspondant dans la position des points R et R'. Or quand on accroît la charge sur le sommet de l'arche, la force P croît évidemment. Il en résulte une variation dans la forme de la ligne de pression tendant à assurer le contact avec l'intrados un peu plus bas dans la pile.

C'est précisément ce que le professeur Robinson observa. L'arche commençait à se détruire en un point à moitié distance du sommet et du point où la rupture finale avait lieu.

La distance des points R et R', autour desquels les deux extrémités supérieures de l'arche ont une tendance à tourner, est

vers lesquels on observe que les matériaux cèdent ont été dès long-temps connus aux hommes de génie, les ingénieurs français les ont nommés points de rupture, et la détermination de leur position par un trait forme un trait remarquable de la théorie suspecte de la droite qui avait été jusque-là appliquée à cette branche de la statique.

192. On voit (*fig. 170*) qu'au-dessus des points de rupture la direction de la ligne de pression est telle qu'elle fait paraître aux voussoirs une tendance à glisser *en bas* l'un sur l'autre, tandis qu'au-dessous de ce point il y a tendance à glisser *vers le haut*.

Il s'ensuit qu'on doit s'attendre que lorsque le cintre se déplace, le mouvement des voussoirs (puissent-ils avoir un mouvement l'un sur l'autre, à raison du frottement du ciment cède, ou, s'il n'y a pas de ciment, à raison du contact trop rapproché auquel les condamnés une pression trop forte tend à faire glisser en bas ceux qui sont au-dessus des points R et R', et à faire glisser en haut ceux qui sont au-dessous de ces points.

Ce mouvement des voussoirs entr'eux, par le déplacement du centre, produit ce qu'on nomme le *tassement* du cintre, et l'on observe que ce tassement a précisément ce que nous venons de le détailler.

Le célèbre ingénieur français *Perronet* nous a donné dans son mémoire sur le cintrement et le décintrement le détail des circonstances qui avaient lieu en place dans un grand nombre de grandes arches construites selon son système.

Au pont de Nogent, avant de remettre le cintre il fit tailler trois lignes sur sa *face*; l'une *horizontale* immédiatement au-dessus du sommet, et les deux autres *obliquement* des extrémités de cette horizontale vers l'eau. Après que le cintre fut en place, on observa que ces lignes avaient leurs positions altérées, et même leurs positions relatives sur la face. Toutes ces trois droites étaient devenues *courbes*. L'horizontale avait *fléchi* dans toute sa longueur, la grande inflexion étant juste au-dessous de la clef.

Il y eut un mouvement vers le bas de tous les voussoirs, et la ligne avait été tracée. Les lignes obliques

int, de chaque côté, fléchi de leur position *vers le haut* intrados de l'arche, ou *vers le bas* au-dessus de certains points correspondans à R et R'; en dessous de ces points l'excursion était à partir de l'intrados de l'arche ou vers le

si, parmi les voussoirs sur lesquels les obliques avaient été placées, il fut reconnu un mouvement *vers le bas* dans ceux au-dessus de R et R', et un mouvement *vers le haut* dans ceux au-dessous de ces points.

Les mêmes phénomènes furent observés dans le tassement des grandes arches construites par Perronet, et notamment dans celles du pont de Neuilly.

3. *Voûtes et dômes.* — Les théories de l'équilibre de la voûte et du dôme sont entièrement analogues à celles de l'arche. Dans la voûte, une masse s'avance en saillie sur une pile, et tend symétriquement par rapport au plan vertical passant par le centre de sa pile, jusqu'à ce qu'elle rencontre une masse égale et semblable qui part d'une pile opposée.

Cela n'est réellement rien autre chose qu'une arche dont les extrémités varient aussi bien en *largeur* qu'en *épaisseur*. Le centre de gravité des différens voussoirs élémentaires de cette voûte sont tous dans son plan de symétrie. La ligne de pression est donc dans ce plan, et sa théorie rentre dans celle que nous avons donnée déjà. Pour les voûtes d'arête ordinaires sur des pieds droits, chaque pierre *opposée* se *contre-bute* et chaque pierre adjacente se *réunit*, se prêtant un support mutuel et formant une couverture continue.

Cette voûte est la plus solide de toutes les arches, et si l'on a des matériaux de force suffisante pour les pieds droits et les saillies aux environs des saillies des arches, elle peut être de toutes grandeurs et couvrir des espaces considérables.

Il est remarquable que les architectes modernes, qui ont étendu les dimensions de l'arche simple jusqu'à leurs limites extrêmes, ont été fort timides dans l'emploi de cette voûte.

4. Si au lieu d'arche en saillie, on suppose une voûte nue, diminuant ses dimensions à mesure qu'elle s'élève, et arc-boutant de toutes parts à son couronnement, on a le dôme, dont la théorie est évidemment analogue à celle de l'arche et de la voûte d'arête.



195. *Histoire de l'arche.* — Le premier pont n'a probablement été qu'un tronc d'arbre jeté d'une rive à l'autre de quelque torrent de la montagne.

Le mode de communication étant ainsi fourni par accident les hommes ont aussitôt appris à l'employer en développant les ressources de l'art; et quelque distantes que fussent les rives, ils apprirent à les joindre à l'aide de charpentes et de maçonneries supportées par des piliers. L'application de cette matière d'un pont semble avoir constitué tout l'art des constructeurs jusqu'à une période comparativement récente de l'histoire du genre humain. Elle est cependant au-dessous de la navigation que peu convenable au passage des courants rapides et profonds.

Aussi trouvons-nous que les Egyptiens, quoique en foule sur les deux rives du Nil, n'ont jamais été le lieu de ponts permanens.

Le Tigre et l'Euphrate dont les rives étaient d'une nation de la plus haute antiquité et d'une grande civilisation, les Chaldéens, n'avaient pas de ponts autres que des ponts de bateaux; et du temps de Périclès il n'y avait pas de pont de pierre sur le Céphise à Athènes.

On dit la nécessité mère de l'invention; mais il est des choses auxquelles elle a été bien lente à donner naissance. La découverte de l'arche en est un mémorable exemple. Les Egyptiens, les Chaldéens et les Grecs furent tous de bons maçons, et cependant ils ne surent jamais faire un pont. Les premiers Européens qui paraissent en avoir fait un, sont les Etrusques; et les modèles d'arches anciens ont été trouvés, dit-on, dans les ruines de Veies.

Les Chinois paraissent avoir connu le secret de l'arche à un temps immémorial. Il est réellement difficile de trouver une disposition utile qui ne soit pas actuellement connue d'un peuple singulier, et une période dans l'histoire où ils ne la connussent pas. Certainement ils employaient l'arche à un temps avant qu'on y songeât en Europe. Elle couvre les voûtes de leur grand mur; ils s'en servaient dans la construction des monumens élevés à leurs morts illustres (1) et pour

(1) Les arcs de triomphe et monumentaux sont tellement nombreux qu'ils y donnent un caractère particulier aux sites.

deber, dans son ouvrage *China illustrata*, parle de pierre de trois à quatre milles  $\frac{1}{4}$  à 5 kilomètres) de , et d'une arche de 600 *feet* (183 mètres) de large. trusques le secret de l'arche passa aux Romains, et fut employé à la construction de ponts sur le Tibre. Il te plusieurs, et ce ne sont d'ailleurs que des modèles de l'art de faire des ponts. Leurs arches étroites sont es sur des piles massives qui forment un obstacle sé-courant, et elles renferment un principe de faiblesse plus grande force.

omains ont d'ailleurs construit dans d'autres parties provinces, des ponts d'une force et d'une beauté ex-aires: De tous ces ponts, celui d'Alcantara est le plus able peut-être; sa chaussée est de 140 *feet* (42 mètr.) s du niveau du courant qu'il traverse, et ses arches *feet* (30 mètres) de large. Il fut bâti par Trajan, sous duquel fut érigé aussi un pont sur le Danube, dont ius raconte diverses choses incroyables, quoiqu'il va que ce que l'on en voit encore, la fondation d'un rajan avait bâti ce pont pour conquérir les Daces, et esseur le détruisit pour restreindre leurs excursions mpire.

Les temps orageux qui suivirent la chute de l'empire on ne bâtit plus de ponts. Les rivières furent, pour rt, passées à gué ou en bac; ce fut un sujet fréquent ats entre les barons voisins qui s'en emparaient tour-our rançonner les voyageurs.

Et au commencement du douzième siècle qu'un vacher, Benezet, parut dans la cathédrale d'Avignon, et an-la multitude la mission spéciale qu'il avait reçue du r l'érection d'un pont sur le Rhône en la cité d'Avi-

es efforts presque miraculeux, ce singulier enthous-ussit, en peu d'années, à bâtir un pont, qui, tant par à sa dimension considérable que par rapport aux dif-que présentent les localités, mérite d'être rangé par-monumens les plus remarquables érigés par l'indé-ileté d'un homme. Malheureusement une cri

1. Il est remarquable que les Chinois et les Romain at érigé des arcs en l'honneur de leurs grands hommes.

Rhône l'a détruit en partie. Les travaux de *Benezet* ne réussirent d'ailleurs pas avec le pont; il obtint une place parmi les saints du calendrier romain, et devint le fondateur d'un ordre religieux, appelé les Frères du Pont, et qui construisirent quelques-uns des plus beaux ponts que l'on voit en Europe. Celui du Saint-Esprit sur le Rhin n'a pas moins d'un mille (1609 mètres) de longueur, et celui de la vieille Brionne sur l'Allier est une seule arche à plein cintre de 180 (55 mètres) de large. C'était la plus grande arche connue jusqu'à celle de Chester qui a 200 *feet* (61 mètres). Le vieil pont de Londres, ouvrage de *Peter de Colichurch*, est de la même date; mais il souffrirait beaucoup à la comparaison avec les travaux des Frères du Pont. Depuis ce temps jusqu'à présent, l'art de bâtir les ponts a fait des progrès continuels; la plupart des rivières du continent sont couvertes d'arches immenses dont les travaux des premiers âges sont bien au-dessous sous les rapports de la grandeur et de la perfection des détails.

L'art paraît avoir atteint son apogée dans les magnifiques constructions dernièrement érigées sur la Tamise, à *Chertsey*, et qui n'ont rien de comparable dans l'univers.



## CHAPITRE XVI.

*ité. — 199. mode de détermination de la loi d'élas-*  
*ter la torsion. — 201. Expériences prouvant l'e-*  
*de l'élasticité du plomb, et sa loi. — 203. Duc-*  
*204. Altération permanente de structure in-*  
*207. Etendue suivant laquelle la propriété de*  
*peut être développée. — 208. Mesure de l'élasticité;*  
*élasticité. — 209. Compression directe ou exten-*  
*z force perturbatrice doit être appliquée au centre*  
*de la section. — 210. Compression oblique ou*  
*. — 211. Axe neutre et surface neutre,*

*e des matériaux. — Dans la partie précédente de*  
*, nous avons supposé que les divers corps solides*  
*ous discuté l'équilibre, étaient composés de par-*  
*les de séparation ou déplacement.*

*rsps solides n'existent pas dans la nature, et c'est*  
*ion scientifique. Tous les corps qui nous envi-*  
*ent plus ou moins et sont plus ou moins com-*  
*); et toutes leurs parties semblent admettre un*  
*é de déplacement et de séparation.*

*d'après de nombreuses expériences faites sur*

*mpressibilité de certaines substances a été affirmée, et*  
*ille de l'eau. On dit que des académiciens de Florence*  
*ié de l'eau dans une sphère creuse en or, et clos hermé-*  
*la soudant, l'ouverture par laquelle l'eau avait été in-*  
*nt marteler la sphère et trouvèrent que plutôt que de di-*  
*lume, l'eau se frayait un passage à travers les pores du*  
*é depuis complètement affirmé que l'eau souffre la com-*  
*l y a toute raison de croire qu'elle possède*  
*mpressibilité en commun avec toutes les*  
*ielles.*

la force des matériaux, que le déplacement des corps solides est sujet aux lois suivantes :

197. 1<sup>o</sup> Que lorsque ce déplacement ne s'étend d'une certaine distance, chaque particule tend à la place qu'elle occupait précédemment dont elle fait partie, avec une force exacte et proportionnelle à la distance suivant laquelle elle a été déplacée.

2<sup>o</sup> Que si ce déplacement s'étend au-delà d'une certaine distance, la particule ne tend plus à regagner sa position, et reste passivement dans la nouvelle position qu'elle a prise, ou prend quelque autre position que celle dont on l'a dérangée.

L'effet de la première de ces lois, quand il agit sur la tendance commune des particules qui composent une masse déterminée d'une masse, pour revenir à sa position relative au reste de la masse, ou relative l'une à l'autre, dont ces particules avaient été déplacées, se trouve être la même.

Il y a lieu de croire qu'elle existe dans toutes les limites plus ou moins étendues, qui sont comprises par la seconde loi ci-dessus énoncée.

198. Il est impossible, par aucun procédé, de placer aucune des particules d'un corps, dans un très-petit espace où s'exerce la loi de parfait équilibre, à mesurer la force avec laquelle cette particule prend sa première position, et de déterminer si cette force est ou n'est pas proportionnelle à la distance.

Au reste il y a plusieurs méthodes indirectes pour mesurer le déplacement voulu et mesurer la force qui le produit. La suivante est probablement la meilleure.

199. Prenons un petit cylindre ou fil de la même matière, et concevons-le divisé en un certain nombre de parties cylindriques très-déliées, ou lames, formées par des bandes imaginaires du fil faites excessivement près de la surface. Le fil une fois enroulé ; il est évident que ces bandes, en roulant tout le fil, a dû se mouvoir en même distance de celle immédiatement en dessous. Il n'y a pas de raison pour que l'une s'écarte de la position de l'autre. Il est évident aussi que si nous prenons le

sur celle au-dessus, en commençant à partir du haut ensemble tous ces déplacements, leur somme est la révolution que la plus basse lame du fil fait. Ainsi l'angle sous lequel chaque lame est formée sur la surface de celle qui est au-dessus, peut être en divisant une révolution, ou quatre angles droits, par le nombre des lames (1), ou bien l'on peut trouver l'angle *actuel* à laquelle chaque particule sur la surface est amenée, en divisant sa circonférence ou son arc par son rayon ; et supposant le fil formé de surfaces planes, avec sa surface *extérieure*, le déplacement de chaque particule contenue dans chacune d'elles se trouvera être le même que sa circonférence par sa longueur.

Il est évident que lorsqu'un fil métallique est plié, chaque particule de son corps supporte un certain déplacement, pour sa grandeur, de sa position sur la surface du fil.

La masse ainsi roulée *retourne dans sa première position*, quand on l'abandonne à elle-même, il s'en suit que chaque particule, à quelque distance qu'elle se soit de l'axe, est également rentrée dans sa première position, et se joint aux particules qui lui sont immédiatement voisines.

Il est évident aussi que si toute la masse tend à reprendre sa première position, dont elle a été dérangée, avec une force proportionnelle à l'angle de tension, chaque particule tend également à reprendre la position dont elle s'est écartée, avec une force proportionnelle à la distance suivant laquelle elle s'est écartée.

Supposons que le tout se compose de cylindres concentriques, ou de tubes, et considérons chacun d'eux séparément ; il est évident que le déplacement de chaque partie est le même ; et par conséquent tout le déplacement est proportionnel à celui de chacune des parties. Il est évident aussi que la force produite par le déplacement de chaque partie du cylindre est la même ;

et il est évident pour ceci qu'en accroissant ou en diminuant le rayon, on peut varier la quantité du déplacement au point où on le désire.

la force déplaçant le cylindre est proportionnelle à celle produisant le déplacement de chaque particule.

Il en résulte que si toute la force est proportionnelle au déplacement qu'elle produit, alors chaque force pesante est proportionnelle aussi à cette portion du déplacement total qu'elle produit.

Or, tout le déplacement des parties d'un cylindre sur un tube, est proportionnel à l'angle suivant lequel il est roulé. Si donc la force qui le roule est proportionnelle à cet angle, il suit de ce qui précède que la force produisant le déplacement de chaque particule est proportionnelle à son déplacement. Supposons que des tubes semblables en nombre soient placés l'un dans l'autre, formant une colonne, et que des forces y soient appliquées, roulant tout sous le même angle. Alors si la somme de ces forces est proportionnelle à cet angle, il s'ensuit que chacune d'elles est proportionnelle; et s'il en est ainsi, dès lors chaque particule, d'après ce que nous avons dit, est déplacée par une force proportionnée à son déplacement.

Mais la somme des forces produisant le déplacement des parties élémentaires est la même que la force déplaçant le cylindre sur le sol de. Il s'ensuit donc que si cette force est proportionnelle à l'angle de torsion, la loi de parfaite élasticité a lieu par rapport aux particules qui composent le cylindre, chacune d'elles s'efforçant de retourner à sa première position avec une force proportionnelle à la distance à laquelle elle s'est écartée.

200. Les conditions supposées précédemment et qui remplissent celle de parfaite élasticité dans certaines limites, que nous avons établies au commencement de ce chapitre, sont précisément celles qu'on a prouvé s'obtenir de tous les corps solides que l'on a jusqu'ici soumis à l'expérience.

Il est certains corps dans lesquels on l'a depuis longtemps reconnu, comme par exemple dans l'acier et dans divers espèces de bois; mais il y en a d'autres dans lesquels les propriétés élastiques ne sont pas apparentes du tout, et nous en donnons un exemple de ces derniers.

201. Prenons un fil de plomb épais, d'un cinquantier

1. Des expériences d'un genre semblable ont été faites avec une variété de substances, et toutes tendent à prouver l'existence

(5 dix-millièmes) de diamètre, et de dix *feet* (3 mètres) ; fixons-le ferme au plafond, et laissons-le pendre librement ; attachons à l'extrémité inférieure un indicateur à l'aiguille d'une montre ; sur quelque chantier immédiatement au-dessous, divisons en degrés un cercle correspondant au point le plus bas du fil. Plions maintenant le fil deux fois en rond, et abandonnons-le ensuite à lui-même. On verra enfin l'indicateur qui a été roulé deux fois sur le fil autour de la circonférence du cercle, retourner faire quatre révolutions entières, c'est-à-dire deux révolutions en arrière, ou bien au-delà de sa première position il reviendra de nouveau dans la direction où on l'a mis, et après avoir long-temps oscillé en arrière et en avant, chaque oscillation diminuant d'amplitude, il reviendra définitive, précisément dans sa première position. Or, si les forces avec lesquelles l'aiguille, après avoir été mise sous différens angles, tend à retourner dans sa première position, sont mesurées avec soin, on les trouvera proportionnelles aux angles de torsion (1).

1. Maintenant tordons le fil en rond quatre fois au lieu de deux. En l'abandonnant à lui-même, il oscillera comme auparavant, et finira par rester en repos ; mais il ne se trouvera pas dans la position dont on l'avait retiré, et deviendra trop éloigné de cette position, presque de deux révolutions.

Les particules du fil ont donc quelques-unes d'elles déviées si loin qu'elles ne peuvent plus rentrer dans leur première place, et un nouvel arrangement a lieu parmi elles : vers le centre n'ayant été que faiblement déplacées, sont facilement toutes revenues ; celles plus éloignées ont constamment subi un déplacement de plus en plus permanent jusqu'à ce qu'à la circonférence, le déplacement soit

propriétés élastiques, même dans celles où l'on s'y attendait le moins. Un petit cylindre ou fil de terre à pipe, par exemple, étant soumis à la torsion, montra des propriétés manifestant l'existence d'une certaine élasticité dans toutes ses particules, aussi bien qu'on l'espérerait du meilleur acier. Seulement les limites de l'élasticité sont fort différentes dans les deux cas.

Il y a tant de précision à cela, que des balances, dites de torsion, et destinées à mesurer des forces trop petites pour être mesurées autrement, ont été construites sur ce principe.



égal à deux fois la circonférence du fil divisé par  
gueur.

Le fil, dans ces circonstances, est dit avoir pris

203. Il est remarquable qu'après cette altération  
sitions relatives des particules, elles semblent avoir  
le même rapport entr'elles. Chaque particule est affi  
les particules au milieu desquelles elle a repris  
précisément comme elle l'eût été pour celles qu'elle  
tées ; car si après avoir pris du *jeu*, on tord de nou  
trouvera que l'élasticité est la même qu'avant.

Cette propriété en vertu de laquelle les particu  
masse peuvent se mouvoir entr'elles, passant à chaq  
velle position dans le même rapport à l'égard de  
cules qui les entourent dans cette position, qu'elle  
avec celles adjacentes à toute autre position précé  
nomme *ductilité*. L'expérience précédente nous mon  
deux des propriétés les plus importantes des corps

1<sup>o</sup> Leur élasticité résultante de la tendance de  
particule à revenir à la position d'où elle a été  
avec une force proportionnelle au déplacement.

2<sup>o</sup> Leur ductilité étant cette propriété par laquel  
placement, quand il est fait dans de certaines limit  
certaines circonstances, se détermine *permanent*, les  
les déplacées prenant de nouvelles positions dans  
et entrant dans la même relation par rapport aux p  
qui viennent à les environner, qu'elles l'étaient par  
à celles qui les environnaient précédemment.

204. Nous avons dit que le déplacement, qui app  
son existence la propriété de ductilité, doit avoir  
certaines limites et en certaines circonstances.

Si le déplacement est moindre qu'il n'est nécess  
l'amener dans ces limites, la particule retournera,  
de sa propriété d'élasticité, exactement à sa premi  
tion et y restera. Si le déplacement de la particule  
grand pour se tenir dans les limites de la ductilité,  
*fera pas*, avec les particules dans la direction desq  
été mu, dans la même espèce de relations dont il e

anaration partielle de la masse aura décidemen  
ncerne chaque particule, ainsi qu'une  
structure. Cette altération de structu  
tant par un nombre considérable d

qui composent la masse, affectera sensiblement sa forme. Elle peut d'ailleurs avoir lieu sans présenter à la surface de la masse aucune indication de ce changement intérieur qui s'est opéré. Ainsi un canon, s'il est tiré avec une charge de poudre produisant un effort (1) au-dessus de la limite élastique de certaines portions de la matière dont il est composé, éprouvera une altération permanente de structure, et un second coup le brisera. Il a été prouvé qu'un canon de grandes dimensions, ainsi poussé à bout par une charge excessive, peut être brisé en pièces par un seul coup de marteau de forge (2).

D'après le même principe, un fil peut être brisé en le tordant et le redressant plusieurs fois au même endroit. A mesure qu'il se plie, une altération permanente de structure a lieu dans le rapport à certaines particules qui composent la section dans laquelle on le courbe. Certaines de ces particules se rompent l'une de l'autre, et par un pli répété, cette séparation s'étend à la totalité d'une section du fil. Une altération de structure intérieure paraît s'opérer dans quelques corps par le seul usage du temps. Ainsi la pierre n'a qu'une force incertaine; une altération de ce genre marchant continuellement chez elle, sans que ses effets en soient apparens par un grand nombre d'années.

55. Les propriétés d'élasticité et de ductilité en vertu desquelles les particules du corps peuvent subir un déplacement sans altération permanente de structure intérieure, sont, pour la pratique, des plus importantes. Nous avons remarqué que la destruction de force de ce genre consiste dans un corps se mouvant, et qui s'exerce à l'intérieur; elle ne peut avoir lieu si ce n'est avec un certain degré d'affaiblissement dans les parties de la masse contre laquelle

L'effort qui produit des altérations permanentes de structure varie en raison inverse du quart à un cinquième de celui nécessaire pour produire une rupture.

Tout ce qui précède, dans l'auteur anglais, n'est relatif qu'aux métaux de fonte de fer; ceux en bronze s'étonnent, se fendillent, se brisent; mais quand le bronze est convenable, ils n'éclatent jamais par choc; et cela tient précisément à l'élasticité et à la ductilité de l'alliage.

N. du T.

saire pour produire un déplacement de la même unité pour une distance de  $D$  unités ou parties d'unité, sera égale à  $D$  fois  $M$  : appelons  $f$  cette force

$$f = M D.$$

Ainsi que nous le verrons, il y a une grande variété de moyens de déterminer la valeur de la force  $M$ . La suite atteinte très-bien ce but.

Soit une verge d'une substance dont le module d'élasticité  $M$  soit à déterminer, cette verge ayant une section égale à  $K$  d'unités carrées, et ayant  $L$  d'unités de longueur. Soit une force quelconque  $F$  appliquée à allonger ou à comprimer cette masse, soit  $l$  l'extension ou la compression correspondante de la verge observée.

Maintenant la tension de *part et en part* de la masse est la même. Chaque section transversale est donc soumise à l'action d'une force égale à cette force  $F$  qui est appliquée à l'extrême section. Chaque unité d'une telle section est sou-

mise à une force égale à  $\frac{F}{K}$ . L'extension ou la compression du total  $L$  d'unités de longueur étant  $l$ , chaque unité de longueur est étendue ou comprimée dans un espace de  $\frac{l}{L}$ .  $M$  est la force produisant chaque unité d'extension ou compression sur une unité d'aire et une unité de longueur.

Il s'ensuit dès-lors que la force nécessaire pour produire tout l'effet sur une telle unité est

$$\frac{M l}{L}$$

Mais la force agissant réellement sur une unité de l'aire de chaque section, et produisant cette extension ou compression a été trouvée être  $\frac{F}{K}$  d'où  $\frac{F}{K} = \frac{M l}{L}$  et  $M = \frac{F L}{K l}$ .

Si  $F$  est la hauteur en décimètres d'un prisme, ou d'une substance quelconque, dont le poids soit égal à la force  $M$  correspondante à l'élasticité de

ance, et qui a une section transversale d'une unité dans  $w$ , appelant  $w$  le poids d'un décimètre de cette barre, aurons

$$w E = M, \text{ d'où } E = \frac{F L}{K l w}$$

La valeur de  $E$  ainsi prise est le *module de l'élasticité*.

Le tableau à la fin du chapitre contient les valeurs des *modules d'élasticité* et de la force  $M$ , déterminées par expérience, pour diverses substances, à l'aide de la compression pour laquelle elles sont moindres en général que pour l'extension.

09. Supposons (*fig. 172*) une masse élastique  $A B C D$  maintenue par un plan rigide  $A B$ , soumise à l'action d'une force  $P$ , faisant mouvoir ce plan parallèlement à lui-même jusqu'en  $A' B'$ . Chaque unité de la masse étant également déplacée, toute la force  $P$  nécessaire pour produire ce déplacement, sera égale à la force  $M$ , multipliée par les unités de pression entre  $A B$  et  $A' B'$ , ou si  $K$  est l'aire du plan

$$M \times K \times A A' = P$$

il suit

$$A A' = \frac{P}{M K}$$

Puisque la force agissant sur chaque point du plan  $A' B'$  est proportionnelle à la compression de la matière immédiatement en dessous, et que cette compression est partout égale à  $A A'$ , il s'ensuit que la pression sur chaque point de ce plan est la même. Par conséquent, une plaque *uniforme* de quelque substance pesante peut être prise d'une telle épaisseur, ayant précisément la même forme et les mêmes dimensions du plan  $A' B'$ , les poids de ses parties soient précisément analogues et égaux aux pressions supportées par les différents points de ce plan. Or la résultante du poids des parties de la plaque passe par le centre de gravité du plan  $A' B'$ ; la résultante des pressions sur ce plan passe donc par le même point, et il s'ensuit que la force  $P$  doit agir en ce point. Donc pour produire ce mouvement du plan  $A B$  parallèlement à lui-même, que nous avons supposé, il est nécessaire que la force  $P$  agisse au centre de gravité de ce plan.

Si la force  $P$  n'agit pas au centre de gravité de la masse  $AB$ , cette dernière prendra une position oblique  $A'B'$  (210). Cette position oblique coupera sa position précédente. Dans la ligne d'intersection, la masse portera ni extension ni compression, et c'est là ce qu'on a fait donner le nom d'axe neutre de la section; or en  $N$ . En alternant sa position, le plan  $AB$  a comprimé  $NB$  et  $NB'$ , et permis l'extension  $NA$  et  $NA'$ . Si la masse est ap-  
 préciable, chaque section transversale se coupe dans la nouvelle position qu'elle prendra, avec la position qu'elle occupait avant; chaque section a dès-lors aussi un axe neutre, et la surface de la masse, est la surface

La force de la matière ne sera pas affaiblie, évidemment en enlevant cette portion qui est immédiatement contiguë à cette surface.

211. Considérons maintenant les circonstances qui peuvent nous mettre à même de déterminer la position de l'axe neutre.

On observera que les forces qui maintiennent le plan  $AB$  en repos, sont : la force  $P$  et les forces élastiques mises en action par la compression de la masse entre  $NB$  et  $NB'$ , par l'extension entre  $NA$  et  $NA'$ . Or ces forces élastiques sont, aux différens points de  $A'B'$ , proportionnelles aux distances auxquelles l'extension ou la compression a eu lieu de ces points; c'est-à-dire qu'en menant de ces points des perpendiculaires au plan  $AB$ , les forces correspondantes sont séparément proportionnelles à ces lignes. Or une masse pesante, précisément des dimensions de l'espace compris entre les plans  $NB$  et  $NB'$ , passerait sur les différens points du dernier plan, à raison de son poids, avec des forces exactement proportionnelles aux lignes dont nous venons de parler. Donc une semblable masse pourrait, en la prenant exactement pour son poids, remplacer les forces élastiques sur  $NB$  et  $NB'$ . De même une masse pesante, exactement des dimensions de l'espace compris entre  $NA$  et  $NA'$ , pourrait être prise pour remplacer les forces agissant en  $NA$ ; seulement sa gravité agirait en dessus au lieu d'en dessous.

une de ces masses sera partout d'une densité uniforme, ne pourront être de densités différentes l'une de l'autre, à cause de l'inégalité des modules d'extension et de compression.

Il s'ensuit que les résultantes de ces forces passent par le centre de gravité de ces masses. Ainsi la résultante des forces sur le plan  $NB'$  passe par le centre de gravité de la masse  $NBB'$ , et la résultante des forces sur le plan  $NA'$  passe par le centre de gravité de la masse  $NAA'$ .

Soient  $a$  et  $b$  les points où les résultantes des forces sur les plans  $NB'$  et  $NA'$ , respectivement, coupent le plan  $AB$ ; soit aussi  $P$  le point d'intersection de  $AB$  avec le plan  $MM'$ , et  $M$  le centre de gravité du plan. Appelant  $m$  et  $m'$  respectivement les poids des masses qui ont été prises pour remplacer les masses  $NA'$  et  $NB'$ , nous avons, à raison des conditions d'équilibre de forces parallèles (art. 46) :

$m \times (\text{la masse } NAA') = m' \times (\text{la masse } NBB')$ , et aussi (art 45) :

$m \times MP = m' \times MB$ , ou bien  $MP = \frac{m'}{m} MB$ .

Ces deux conditions sont suffisantes pour la détermination de la position de l'axe neutre, ainsi que nous le verrons dans l'appendice.

Si la masse est rectangulaire, ou la section  $AB$  un rectangle,  $M$  coïncidera avec l'intersection de sa diagonale, c'est-à-dire avec l'axe de la masse, et l'on trouvera que  $MN$ , ou la distance de l'axe neutre à l'axe de la masse, est égale au carré de la hauteur  $AB$  divisée par douze fois la distance  $MP$ ; ou bien :

$$MN = \frac{AB^2}{12 MP}$$

Ensuite :

$$MP = \frac{1}{3} MB, \text{ ou bien } = \frac{1}{6} AB;$$

$$MN = \frac{1}{2} AB = MA.$$

Dans ce cas, l'axe neutre est dans la surface de l'axe de la masse.

semblage en A. Puisque la masse N A A' agit en ce point, il s'ensuit que

$$P = m' \times (\text{masse N B B}') = \frac{1}{2} m' AB \times BB'$$

où B B' est la plus grande compression. Or, dans le cas de compression directe (art. 209),

$$P = M' \times AB \times (\text{compression directe}).$$

Donc la compression oblique, quand la direction de la perturbatrice P est telle que l'axe neutre est dans la surface de la masse, est égale à deux fois la compression directe c'est-à-dire la compression produite par la même force P agissant au centre de gravité (art. 209). Si M' p est moindre que  $\frac{1}{3} MB$ , l'axe neutre est en dehors de la surface.

Dans l'un et l'autre de ces cas, la matière est évidemment comprimée dans l'épaisseur entière de l'assemblage.

Il paraît alors que pour que l'assemblage puisse supporter la compression dans une portion de sa section transversale et l'extension dans une autre, par l'action d'une force dans la direction de sa longueur, cette force doit être appliquée à une certaine profondeur en dessous de sa surface, plus grande que la moitié de toute sa profondeur.

213. Si la force P, au lieu d'être appliquée dans la direction de la longueur de la masse, est appliquée dans la direction de sa largeur (fig. 174); alors, en supposant la masse maintenue en repos par des forces appliquées à ses extrémités, aussi dans la direction de sa largeur, puisque les forces agissant dessus peuvent se décomposer en deux séries, l'une formée de celles dans la direction de la largeur est perpendiculaire aux forces de l'autre, qui résultent de la compression et de l'extension de la matière autour du plan et qui agissent dans la direction de la longueur de l'assemblage: il s'ensuit que la résultante des forces de la première série doit se trouver égale à zéro, ainsi que la résultante des forces de l'autre série. En effet, prenant ces résultantes, elles seront évidemment en directions à angles droits l'une à l'autre, et devraient, si les deux résultantes n'étaient pas nulles, former une troisième, qui serait la résultante de ces deux: c'est-à-dire que toutes les forces

me auraient une résultante de grandeur déterminée ; *ce peut pas être*, puisqu'elles sont en équilibre.

Les forces parallèles de compression et d'extension, sur la section A'B', ont, par conséquent, une résultante à zéro. Il s'ensuit dès-lors que la somme des forces es par la compression est égale à la somme des forces es par l'extension (art. 46), et l'on a à raison de ce qui :

$$m \times (\text{masse N A A}') = m' \times (\text{masse N B B'}).$$

module d'élasticité était le même pour la compression l'extension, et que la masse fût symétrique autour d'un plan auquel la direction de la force P fût perpendiculaire, ce plan serait le plan neutre de la masse. Ainsi le centre d'un assemblage rectangulaire le diviserait également le plan neutre d'un cylindre serait un plan quelconque passant par l'axe.

Puisque les portions de la matière dans le voisinage du plan neutre ne supportent qu'une très-faible partie de la pression, et ne fournissent qu'une excessivement petite portion des forces qui produisent l'équilibre, leur forme et leurs dimensions ne peuvent être que faiblement altérées ; il suit que la force d'un cylindre ne serait pas sensiblement affaiblie en coupant ces portions. Si la masse doit supporter une pression égale, non pas dans une *direction* seule, mais dans toute direction autour de sa surface, alors les portions qui avoisinent le plan neutre peuvent être enlevées dans chaque position que prend le plan, à mesure que la direction de pression change. Or les parties du cylindre qui sont autour de *chaque* position possible de son plan neutre, les parties autour de son axe par lequel on a vu que le plan neutre passe toujours, ou dont il ne peut dévier, sous l'effet d'une petite quantité résultant de l'inégalité des modules de compression et d'extension.

La force d'un cylindre pour résister à un effort transversal n'est pas sensiblement diminuée en enlevant les portions autour de son axe, ou bien en le *creusant*. Sa force sera sensiblement *augmentée*, si la matière prise dans l'intérieur est accumulée sur sa surface extérieure. Or ayant à considérer une masse capable de supporter l'effort transversal, également en toutes directions, il est évident qu'on doit la façonner



en cylindre ; et ayant à la construire, avec une quantité donnée de matière, de la plus grande force possible, il s'ensuit qu'on doit la façonner en cylindre creux.

C'est ainsi qu'opère la nature, quand elle veut donner la plus grande force possible à une petite quantité de matière. Les os des animaux sont des cylindres creux. Dans la charpente des oiseaux, où il est surtout important qu'il y ait le moins de matière possible, afin que le poids soit le moins possible, et où il faut une grande force cependant, le peu d'épaisseur des parois des os est remarquable. Les tiges de plantes sont ordinairement des cylindres creux, variables d'épaisseur du sixième au dixième de leur diamètre.

De même, les plumes d'oiseaux sont des cylindres creux dans cette partie où, faisant partie du petit bras d'un levier, le tuyau de la plume résiste à l'effort des muscles puissans qui donnent le mouvement à l'aile. La légèreté de ces plumes comparées à leur force a passé en proverbe.

Les arts se sont emparés de ce principe de force, et ont imité la nature. Des colonnes de fer destinées à supporter de grands poids, se font creuses. D'après le même principe, les charpentes de fer se font creuses dans la direction où elles supportent la pression, et étroites dans la direction qu'elles croisent à angles droits avec celle-ci ; souvent elles sont étroites vers leur surface neutre.

216. Dans le cas d'une section rectangulaire, les masses  $NAA'$  et  $NBB'$  sont l'une à l'autre en raison des carrés de  $NA$  et de  $NB$ . Or l'étendue des surfaces souffrant la compression, l'extension peut être aisément déterminée par expérience. On n'a qu'à placer la charpente horizontalement à l'aide de chantiers ou autrement, et à la charger de poids ; comme elle cède à la charge, on distingue de suite les parties de la section qui sont comprimées et celles qui s'étendent sur sa surface.

Les masses  $NAA'$  et  $NBB'$  sont aussi l'une à l'autre comme les quantités  $m$  et  $m'$ , par l'équation précédente nous avons donc une méthode-pratique de déterminer le rapport de  $m$  à  $m'$ . Ce rapport est le même que celui

d'extension et de compression à égales distances de la surface neutre.

La charpente est rompue en deux parties comprimées et étendues de la section neutre.

guer par l'apparence de la fibre. Où l'extension se présente une série de points rompus la rupture a eu lieu par compression, la comparativement unie. Dans le voisinage immédiat, il n'y a aucun changement apparent de la matière.

La méthode suivante, de montrer les effets de la compression et l'extension des fibres de charpente, par l'acte transversal, a été fort ingénieusement imaginée.

Dans la solive on fait, à la scie, une incision dans toute l'épaisseur; et dans le trait de scie on introduit une lamelle très-mince de bois dur.

Après avoir été supportée par ses extrémités, en soulevant la face où a été pratiquée l'incision, on applique un poids, et l'on trouva que malgré le trait de scie dans les trois quarts de l'épaisseur du bois, la lamelle résista si forte qu'avant.

La table suivante contient la valeur des quantités  $M$  et  $P$  pour plusieurs substances diverses rangées dans l'ordre alphabétique; elle contient en outre la pression que peut supporter un *inch* carré (645 mil. car. 14476) de surface sans altération permanente de structure; et la longueur à laquelle elle peut être étendue.

---

DÉSIGNATION des Substances.	M. un inch (25 milli. 3997) est pris pour unité.		
	lbs.	kilog.	fe
<i>Acqua de Honduras</i>	1296000	725587	6576
<i>Acier</i>	29000000	13144250	8536
<i>Alun, laiton de fonte</i>	8050000	4047522	2460
<i>Ardoise d'elak</i>	15800000	7161350	5246
<i>Balsme</i>	820000	371663	1458
<i>Bouche à canons (8 cuivre et 4 étain)</i>	9873000	4476257	2790
<i>Chêne anglais, bonne qual.</i>	1700000	770025	4750
<i>Eau</i>	526000	147760	750
<i>Etain de fonte</i>	4608000	2088376	1435
<i>Fer malléable</i>	24920000	12294990	7530
<i>Fer de fonte</i>	18400000	8339800	5750
<i>Frêne</i>	1640000	906500	4970
<i>Hêtre</i>	1545000	699621	4600
<i>Marbre blanc</i>	2520000	1142190	2150
<i>Mercure</i>	4417000	2002005	750
<i>Orme</i>	1540000	697555	5680
<i>Pierre de Portland</i>	1555000	694852	1672
<i>Pin jaune d'Amérique</i>	1600000	725000	8700
<i>Plomb de fonte</i>	720000	326540	146
<i>Sapin rouge ou jaune</i>	2016000	954544	8550
<i>Sapin blanc</i>	1850000	828448	8970
	15680000	6200460	4480

**sticité.**

<p>de chaque carré ar. 14476) porter sans ation ente de ture.</p>	<p>Parties de toute sa lon- gueur que chaque partie de la masse peut souffrir s'étendre.</p>	<p>NOMS  des Observateurs.</p>
<p>kilog.</p>		
1922	420	Tredgold.
20396	»	Docteur Young.
2991	1333	Tredgold.
»	1370	Tredgold.
2337	146	Tredgold.
4532	960	Tredgold.
1768	430	Tredgold.
»	»	Young, calculé d'après canton.
1308	1600	Tredgold.
8068	1400	Tredgold.
8158	1204	Tredgold.
1595	464	Barluw.
1079	570	Barluw.
»	1394	Tredgold.
»	»	Canton.
1469	414	Barluw.
»	»	Tredgold.
1768	414	Tredgold.
680	480	Tredgold.
1944	470	Tredgold.
1192	504	Tredgold.
2584	2400	Tredgold.

## CHAPITRE XVII.

218. *Stabilité des masses dont les bases sont des surfaces*

— 219. *Stabilité quand les bases sont des surfaces*

— 220. *Quand la surface sur laquelle pose la base est une surface courbe.* — 221. *Sur des surfaces de repos.*

218. *Stabilité des corps pesans.* — Si un corps est en repos dans une position quelconque par certains poids qui lui sont imprimés, est mu hors de cette position par l'action d'une autre force, ce peut être une question de savoir si, quand cette dernière force est ôtée, le corps, par la vertu des forces qui lui sont imprimées, tend à revenir vers sa première position, ou à s'en éloigner.

Dans le premier cas on dit que son équilibre est stable, et dans le second, qu'il est instable.

La masse ABCD est en équilibre dans ses deux positions (Fig. 175 et 176). La verticale menée par le centre de gravité G, passant, dans l'une par le point H de la base, et dans l'autre par son angle A', la résultante du poids de chacune de ses parties étant, dans les deux cas, supportée par la résistance qu'oppose la surface sur laquelle repose le corps.

Cependant il y a cette différence importante, entre les deux positions, que la première est une position stable, puisque si le corps s'incline dans une position quelconque entre cette première et la seconde, il revient par l'action de son poids, à y retourner, et qu'il restera en effet si on l'abandonne à lui-même; tandis que dans la seconde position, pour peu que le corps se meuve, il ira évidemment à s'en éloigner, et s'en éloignera de plus en plus s'il est abandonné à lui-même, jusqu'à ce que la révolution le ramène enfin à quelque position stable.

est peut-être impossible, dans la pratique, de placer le corps exactement dans la position de la fig. 176. S'il est abandonné à lui-même, n'étant pas dans cette position, ce n'est pas à celle-là qu'il reviendra, et il s'en éloigne continuellement, au contraire. Alors, puisque le corps peut être artificiellement placé dans une position d'équilibre instable, et que placé hors de cette position il ne la retrouve pas de lui-même, il est impossible qu'il soit toujours dans une telle position de manière à y rester. Ainsi, il y avait pas certaines de ses positions où l'équilibre fût stable, le corps serait perpétuellement dans un état ins-

2. Si AC se trouve perpendiculaire au plan sur lequel le corps repose, l'angle GAC sera celui dans lequel on le fait tourner entre sa première et sa seconde position; ou l'angle de son inclinaison dans sa seconde position. Or l'angle GAC est égal à l'angle AGH. Le corps, pour être amené de sa première à sa seconde position d'équilibre, doit, par conséquent, être incliné suivant un angle égal à celui que fait la ligne joignant son centre de gravité avec l'angle auquel on le fait tourner, et la verticale passant par son centre de gravité.

3. Plus le centre de gravité du corps est élevé, moindre est l'angle. Si donc le centre de gravité était en g, au lieu de G, l'angle eût été AgH, au lieu de AGH, et cet angle est évidemment moindre que l'autre. Il s'ensuit donc que plus le centre de gravité d'un corps se trouve élevé au-dessus de sa base, moindre est l'angle suivant lequel on l'incline sans arriver à une position d'équilibre ins-

4. Le corps incliné au-delà de sa position d'équilibre instable est abandonné à lui-même, puisqu'il s'éloigne de cette position, il se renversera évidemment.

5. Une légère inclinaison d'un corps haut et debout suffit pour le renverser, surtout s'il est chargé par en haut de manière à exhausser son centre de gravité. Une tour élevée se renverse facilement; un homme de haute stature se renverse plus facilement qu'un petit homme sur ses jambes; un homme dont le poids est en haut, ou pesamment chargé en haut se renverse facilement.

6. Si la partie sur laquelle repose un corps est une sur-

face courbe, il est nécessaire à son équilibre, en une position quelconque, que la verticale de son centre de gravité passe, dans cette position, par le point où le corps est en contact avec la surface qui le supporte (art. 55). Ceci étant, si le corps est mu hors de sa position, de manière à se trouver en contact avec la surface de support par quelque point  $A'$  (fig. 177), la verticale  $GH$  du centre de gravité sera par ce point, ou s'éloignera du côté autour duquel le corps a tourné, pour venir vers celui sur lequel il touchera. Si la verticale, dans la seconde position, passe par le point de support, aussi bien que dans la première, le corps restera en repos dans cette seconde position; s'il ne le fait pas, il retournera de cette position dans la direction vers laquelle se trouve le centre de gravité; c'est-à-dire il retournera dans sa première position, ou s'en écartera, suivant que le centre de gravité, par rapport au point de support, s'approchera ou s'éloignera de cette position. Dans le premier cas l'équilibre est stable; dans le second il est instable.

Maintenant il est évident que  $G$ , par rapport à  $A$ , s'approche de la première position du corps ou s'en éloigne, suivant que  $AG$  est moindre ou plus grand que  $AO$ ; cette condition détermine donc le caractère de l'équilibre. Si  $AG$  est moindre que  $AO$ , il est stable; s'il est plus grand, il est instable.

Si la masse, comme on le voit dans la figure, repose sur un plan horizontal, la verticale du point de support est perpendiculaire à la surface du corps en ce point.

221. Supposons que la partie de la surface du corps qui repose sur le plan soit une portion de sphère. Alors, puisque les lignes  $AO$  et  $A'O$  sont perpendiculaires à la surface de la sphère aux points  $A$  et  $A'$ , le point  $O$  où elles se rencontrent en est le centre. Il s'ensuit dès-lors que l'équilibre d'une telle masse est stable ou instable, suivant que son centre de gravité est en dessous ou en dessus du centre de la sphère dont sa base est un segment.

Si le centre de gravité de la masse coïncide avec le centre de la sphère, l'équilibre ne sera ni stable, ni instable, et sera dit *indifférent*. Dans quelque position que le corps soit mu, la verticale de son centre de gravité passera par son point de support; il restera donc en repos dans cette position.

a pas de tendance à se rapprocher ou à s'éloigner de la position précédente.

Le corps a non-seulement une base sphérique, une sphère *complète*, son centre de gravité coïncident avec son centre géométrique ; et par conséquent quelque position qu'il soit placé, il y restera *en équilibre*. Mais si la partie supérieure était un cylindre et la partie inférieure fût une sphère, alors, pourvu que le cylindre fût assez élevé pour amener le centre de gravité au-dessus du centre de la sphère qui forme la base, l'équilibre serait instable, et le corps ne pourrait se maintenir en repos sur sa base sphérique. Si au contraire le centre de gravité fût au-dessous du centre de la sphère, l'équilibre serait stable.

Si la partie supérieure du corps est une hémisphère, et la partie inférieure un cylindre droit dont la hauteur soit égale au rayon de la sphère, l'équilibre sera stable ; si la hauteur est plus que la racine carrée de 3, le corps restera en équilibre sur un point quelconque de sa base hémisphérique.

On peut déterminer le caractère de l'équilibre d'un point quelconque de la surface sur laquelle il se trouve en le déplaçant à la plus petite distance possible de cette position ; car alors, quelque faible que soit le déplacement, si son équilibre est instable, il s'éloignera de sa première position ; s'il est stable, il y restera. Donc tout ce que nous avons dit, par rapport au point A, est vrai, quelque près que A' soit de A.

On peut, par conséquent, déterminer la forme de cette partie de la surface sur laquelle un corps puisse reposer ; on peut trouver une sphère de telle dimension et dans une telle position qu'elle coïncide exactement avec cette surface, immédiatement autour d'un point qui y serait donné.

On peut trouver une sphère qui coïncide exactement avec la surface immédiatement environnant le point A. Cette sphère se nomme la sphère de courbure, et son rayon est le rayon de courbure ; la longueur du rayon de courbure, dans tout cas, être exprimée par certaines fonctions.



algébriques. Or si  $A'$  est immédiatement adjacent à  $A$ , et si  $A'$  se trouve dans la surface de la sphère de courbure, en  $A$  et  $AO$ ,  $A'O$  sont perpendiculaires à la surface de la sphère, dont  $O$  est le centre par conséquent. La proposition générale peut s'énoncer ainsi qu'il suit :

« L'équilibre en un point quelconque sur lequel le corps, est stable ou instable, suivant que le centre de gravité est en dessous ou en dessus du centre du cercle de courbure en ce point. »

225. Si le corps, au lieu de reposer sur un plan horizontal, repose sur une surface d'une inclinaison quelconque sur une autre surface courbe (*fig. 178*), la verticale au point de support, dans la seconde position, ne sera long-temps perpendiculaire à cette surface en ce point qu'autant qu'elle sera d'être le centre de la sphère de courbure en  $A$ . Comme précédemment, si le corps s'approche plus de  $A$ , le corps abandonné à lui-même roulera en arrière de sa première position; s'il s'en éloigne, il roulera plus loin hors de sa première position. Si donc la surface sur laquelle repose le corps est convexe, comme elle l'est dans la *fig. 178*; alors le corps roulera en haut par son poids, ou contrairement à la direction dans laquelle il pousse. Puisque l'équilibre est stable ou instable, si  $AG$  est moindre ou plus grand que  $AO$ , il deviendra tant de déterminer la grandeur de  $AO$ .

Supposons  $A'$  excessivement près de  $A$ , et menons une perpendiculaire à la surface de chaque corps en  $A$  et  $a$ . Soient les centres des sphères de courbure des deux corps en  $A$  et  $a$ . Or, puisque le corps est excessivement près de sa position d'équilibre,  $A$  et  $a$  sont très-près l'un de l'autre, et la figure formée par les lignes  $AC$ ,  $ac$ ,  $Cc$  peut être considérée comme un triangle complet. On a, par la propriété des triangles semblables,

$$Cc : CA' :: CA : AO$$

Or  $Cc$  est égal à la somme des rayons de courbure en  $A$  et  $a$ ; car puisque  $C$  et  $c$  sont les centres des sphères de courbure en  $A$  et  $a$ ,  $A'$  étant très-près de  $A$  et  $a$ , il s'ensuit que  $CA'$  et  $ca'$  sont les rayons de courbure en  $A$  et  $a$ , et  $A'$  est aussi le rayon de courbure en  $a$ , ainsi tous les termes de la proportion ci-dessus

option du dernier ; on peut donc l'en tirer par  
ation arithmétique nommée règle de trois.

tion est mise en équation et réduite, on trou-  
rappart suivant entre A O et les rayons de  
et  $a$  ; ces derniers étant représentés par R et  $r$  :

$$\frac{1}{A O} = \frac{1}{R} + \frac{1}{r}$$

artie de la surface d'un corps peut être disposée  
e la verticale de son centre de gravité ne puisse,  
ition du corps reposant sur un plan horizon-  
r son point de support. Si l'on pouvait for-  
ce qui se replierait ainsi dans *elle-même*, de  
elopper complètement ou à contenir une masse  
lques-unes de ses parties ; alors une telle masse,  
ait placée sur un plan horizontal, serait dans  
*en repos* perpétuel ; elle roulerait constamment  
, et le problème du mouvement perpétuel se-  
ais il n'existe pas de surface de ce genre. Une  
lant les propriétés dont nous venons de parler,  
ment une surface spirale ; elle ne peut se re-  
-même et ne peut *complètement* contenir au-  
solide ou quelques-unes de ses parties.

ne telle surface ne peut que faire *partie* de la  
olide , et tant qu'elle est supportée par un point  
on de sa surface, le solide continue à tourner.  
urface peut être engendrée dans ces conditions  
euille d'un cylindre. Tenant la partie déroulée  
*déployée*, son bord décrira dans l'espace une  
e, appelée *volute*.

179) est le cylindre générateur dont la surface  
irée. La propriété caractéristique de la surface  
u'une ligne quelconque  $p a$  menée perpendicu-  
un point quelconque  $p$  sur elle, si on la pro-  
touche nécessairement la surface du cylindre,  
et perpendiculaire à la surface de la spirale  
nt perpendiculaire au plan horizontal qui  
nt.

, puisque la verticale P A *touche* la surfac  
ne peut pas, quand on la prolongerait ,

un point dans cette surface. Si par conséquent la surface est chargée de manière que son centre de gravité G soit sur le cylindre générateur, alors la verticale du point de support ne passera jamais au centre de gravité; mais, au contraire, la verticale du centre de gravité ne passera jamais par le point de support; conséquemment la surface ne pourra jamais se maintenir en repos sur sa surface spirale. En réalité, elle roulera jusqu'à ce qu'une extrémité de la spirale arrivant en contact avec le plan, fournisse un second point de support, et arrête ainsi la révolution subséquente.

## CHAPITRE XVIII.

226. *Principe des vitesses virtuelles.* — Si l'on applique un nombre quelconque de forces aux différens points d'un système en équilibre; et que ces points admettent un déplacement, les circonstances de leurs relations et dépendances mutuelles restant sans altération; de plus, si la nature du système et des forces qui lui sont appliquées, est telle que les points d'application étant alors ainsi altérés suivant certaines conditions, l'équilibre puisse subsister; alors il existera la relation remarquable suivante entre les forces et les distances suivant lesquelles leurs points d'application ont été mus.

Si d'une extrémité  $P'$ , de la ligne  $PP'$  (fig. 180), représentant le déplacement *excessivement petit* d'un point d'application  $P$ , on mène une perpendiculaire  $P'm$  sur la direction  $P$  de la force avant son déplacement; et qu'on nomme *vitesse virtuelle* de la force  $P$  la perpendiculaire  $Pm$  interceptée entre le pied  $m$  de la perpendiculaire et le point  $P$ ; alors chaque force du système étant multipliée par sa *vitesse virtuelle*, prise de même, la somme de ces produits à l'égard des points d'application qui, par le déplacement du système, ont été mus *vers* la direction des forces qui leur sont imprimées, sera égale à la somme de ceux pris

de ces points qui ont été mus *loin* de cette direction.  
Ce principe important est celui des vitesses virtuelles.

On le prouve ainsi qu'il suit : chaque point d'application d'une force peut être supposé se maintenir en l'application de deux forces opposées égales, et la force  $P$  actuellement appliquée en ce point,  $p$  étant la résultante des résistances ou tensions provenant de sa connexion avec les autres parties du système. Or supposons ces résistances et ces tensions, et remplacées par un système de poulies dans lequel le même cordon passe sur toutes. Le plus complexe que l'on puisse concevoir, sera probablement un système semblable à celui de *Withe* (article 157). Les poulies séparées ne doivent pas d'ailleurs être fixées dans les chapes, mais être mobiles séparément sur un support commun. Que chaque système ait autant de cordons qu'il y a d'unités dans la force qu'il est destiné à remplacer, la tension sur chaque cordon sera égale à une

partie de la force, et nous supposons que le même cordon passe sur tous les différents systèmes ; alors si le bout des cordons est fixé au centre de la première chape mobile, et si l'autre bout pend librement de l'extrême poulie de la dernière chape fixe ; un poids égal à l'unité de force, attaché à ce dernier bout du cordon, mettra le tout en repos dans les circonstances que nous venons d'apposer. Chaque système de poulie fournira une tension égale à la résistance ou à la tension qu'il doit rem-

placer. L'arrangement que nous venons de décrire est celui de la figure 181 :  $P_1, P_2, P_3, P_4$ , sont les points d'application des forces du système, et les résistances ou tensions sur ces points sont supposées remplacées par les systèmes de poulies  $B_1, A_2 B_2, A_3 B_3, A_4 B_4$ , dont  $A_1, A_2, A_3, A_4$ , sont des chapes fixes, et  $B_1, B_2, B_3, B_4$ , les chapes mobiles. On suppose toutes sans poids ; et chacune contient un système de poulies séparées qu'il y a d'unités dans la force pendante. Un cordon est attaché au centre de la première chape  $B_1$  et passé autant de fois autour des poulies de la chape  $A_1$  et de la chape  $A_2$  qu'il y a d'unités dans la force  $P_1$ . Alors il passe sur la chape  $A_3$  et tourne autour des poulies de cette chape et de la chape  $A_4$  y a d'unités dans la force  $P_2$  ; puis de là au sys-

tiens A. B., fournissant encore là de nouveau des brins qu'il y a d'unités dans la force  $P_1$ .

À l'extrémité du brin qui pend sur la dernière chape A., est attaché un poids  $p$  égal à l'unité, que nous ne supposons pas de rigidité à la corde frottée sur les axes des poulies, il est évident que la tension sur la corde est partout la même, dès-lors égale à l'unité. La tension sur le premier est égale aussi à la tension sur chaque brin du système multipliée par le nombre des brins. On a vu que sur chaque brin était d'une unité; donc toute la tension en  $P_1$  est égale à autant d'unités qu'il y a de brins par hypothèse, il y a autant de brins que d'unités de force agissant en  $P_1$ ; il y a donc autant d'unités de tension en  $P_1$  que dans la force qui s'y trouve. La tension est dans une direction opposée à la force au point  $P_1$ , dès-lors, est en équilibre; l'action de ces poulies A. B. remplace exactement les résistances tensions qui sont fournies par la connexion et les des différentes parties du système au point où la force est appliquée. La même chose peut être prouvée aux autres points d'application  $P_1, P_2, P_3$ . Le système que nous avons supposé, supplée donc à tous les points d'application des forces exactement équivalentes aux forces et aux tensions supportées avant en ces points.

Supposons maintenant que les points  $P_1, P_2, P_3$  se meuvent à une petite distance quelconque, et dans une direction quelconque, simplement soumis à cette condition que dans la nouvelle position qu'ils vont occuper chaque position intervenant, ils soient en équilibre. Les résistances et les tensions sur leurs divers points d'application restent les mêmes. Puisque les tensions aux points  $P_1, P_2$ , etc., restent les mêmes dans ce mouvement, les tensions sur les brins des systèmes appliquées à ces points restent les mêmes, et la tension sur chaque partie du brin qui passe autour d'eux tous, reste la même. Alors, puisque la tension sur cette partie du brin porte  $p$  ne s'altère pas, il s'ensuit que  $p$  est toujours balancé par elle, et ne doit pas se mouvoir. Il s'ensuit que le brin tire en bas par ceux des systèmes A. B. etc., dans lesquels les chapes, par le mouvement

, etc., etc., tendent à s'*approcher* l'une de l'autre, est *haut* par ceux des systèmes dans lesquels les chapes *montent* l'une de l'autre; car autrement, quelque portion *en serait tirée* en bas du dernier système, et *il se* *rait*.

Si la somme des brins *tirés vers le bas* par une partie *ême* est égale à la somme des brins *tirés vers le haut* *reste*.

ntenant le *rapprochement* ou l'*éloignement* des chapes *que système*, à raison du mouvement du point d'ap- *on* correspondant, est en réalité la *vitesse virtuelle* *point*. Reportons-nous à la *fig. 180*, nous verrons *distance* du point P de O, qui peut représenter *re* de la chape fixe A<sub>1</sub>, est diminuée, quand la dis- *PP*<sub>1</sub> dans laquelle il se *meut* est petite, d'une quan- *ale* à Pm, puisque l'angle mOP' étant petit, Om *tre* considérée comme égale à OP'.

*e* égalité s'obtiendra exactement aussi pour chaque *se* dans laquelle les points d'application peuvent être *pourvu* que nous supposons que les forces appliquées *l* toujours parallèles à leurs premières directions. En *les* chapes fixes A<sub>1</sub>, A<sub>2</sub>, A<sub>3</sub> doivent être fixées à dis- *infinies* des chapes mobiles; hypothèse qui du moins *ne* aucune atteinte à la démonstration, la longueur du *étant* entièrement arbitraire. Dans ces circonstances les *es* *virtuelles* peuvent donc être supposées se rapporter *iques* mouvemens des points d'application, quelque *s* que soient ces mouvemens.

rs, puisque la quantité dont les chapes s'approchent *loignent* l'une de l'autre, sont les *vitesse virtuelle* des *que* supportent les brins passant sur ces chapes; puis- *brin* tiré vers le bas par ces chapes est égal à autant *s* ce changement de distance des chapes qu'il y a de *passant* d'une chape à l'autre; puisqu'enfin le nombre *ins* est égal au nombre d'unités dans la force corres- *nte*; il s'ensuit que représentant ce nombre d'unités *la* force appliquée en P<sub>1</sub>, par P<sub>1</sub>, et la vitesse vir- *de* cette force par n<sub>1</sub>, la quantité de brins tirés vers *par* le premier système est P<sub>1</sub> n<sub>1</sub>. De même P<sub>2</sub> n<sub>2</sub>, *lle* des brins tirés vers le bas par le second système, *présentant* le nombre d'unités dans la force appliquée

en  $P_1$ , et  $n_1$  sa vitesse virtuelle; et ainsi de suite. Les quantités du brin tiré vers le bas par les chapas qui se rapprochent l'une de l'autre, est égale à la somme de celles du brin tiré vers le bas par les chapas qui s'éloignent l'une de l'autre; en conséquence, la première est égale avec un signe négatif, nous aurons

$$P_1 n_1 + P_2 n_2 + P_3 n_3 + \text{etc.} = 0$$

On comprendra peut-être mieux ceci par son application à quelques exemples.

228. Prenons le cas de la roue et de son essieu. Il est clair que si la puissance et le poids sont dans une certaine position de l'une et de l'autre, l'équilibre libre existera aussi dans une autre position. Leurs positions en outre, conserveront toujours leur parallélisme.

Le système appartient donc à cette classe à laquelle le principe des vitesses virtuelles a été prouvé. Dans ce cas aussi, la vitesse virtuelle de l'espace qu'il décrit, puisque l'une et l'autre, dans la même position, occupent un point de la ligne où la force agit, sur lui agissait dans sa première position (1). En supposant que la puissance  $P_1$  donne le mouvement appelé  $n_1$ , et  $n_2$  les espaces qu'ils décrivent respectivement, et affectant le dernier du signe négatif, puisqu'il agit dans une direction opposée à celle dans laquelle il correspond, agit, on a

$$P_1 n_1 - P_2 n_2 = 0, \text{ ou bien, } P_1 n_1 =$$

On voit, d'après cela, que la puissance multipliée par l'espace qu'elle décrit, est égale au poids multiplié par l'espace qu'il décrit; et autant de fois la puissance est plus grande que le poids, autant de fois est plus grand l'espace qu'elle décrit (2).

(1) On le verra aisément en se reportant à la fig. 180, où le poids  $P$  est supposé se mouvoir dans la ligne  $PO$ , le point  $P'$  étant sur la ligne, et  $P'P'$  coïncidant avec  $Pm$ .

(2) Ce principe est bien connu des ouvriers qui l'expriment ainsi : ce que l'on gagne en puissance, on le perd en vitesse.

Les espaces  $n_1$ ,  $n_2$  sont évidemment égaux à ces parties des circonférences des deux cercles d'où et où vient le brin; étant opposées à des angles égaux ou cercles (chaque arc étant égale à l'angle suivant lequel l'essieu a tourné), ils sont l'une à l'autre comme leurs rayons.

Ainsi  $n_1$  et  $n_2$  sont respectivement l'une à l'autre comme les rayons de la roue et de l'essieu, et nous avons comme précédemment (art. 113),

$n_1 \times (\text{rayon de la roue}) = P \times (\text{rayon de l'essieu})$ .

29. Prenons le plan incliné pour second exemple, et posons que la force  $N$  (fig. 57) agisse *parallèlement* au plan, et aussi que l'on omette la considération du frottement.

Supposons que la masse  $M$  descende *toute la longueur* du plan. Etant en équilibre dans une position, il sera évidemment en équilibre s'il se maintient dans une autre position, les forces conservant toujours leur parallélisme. Le centre donc dans celui où l'on a démontré que s'applique le principe des vitesses virtuelles, quelle que soit l'étendue du mouvement. La *vitesse virtuelle* du poids  $M$  est, aussi dans ce cas, la hauteur du plan, et la *vitesse virtuelle* de  $N$  est la longueur du plan. On a donc

$N \times (\text{longueur du plan}) = M \times (\text{hauteur du plan})$ .

ce qui se rapporte à ce que nous avons prouvé précédemment (art. 85).

30. Prenons pour troisième exemple une seule poulie fixe (fig. 136). Il est évident que le système est de cette espèce pour laquelle le principe des vitesses virtuelles a été trouvé, et que les vitesses virtuelles de  $P$  et de  $R$  sont les arcs qu'ils décrivent; appelons-les donc  $n_1$  et  $n_2$ , et nous aurons

$$P n_1 - R n_2 = 0.$$

On a aussi  $n_1 = 2 n_2$ ; car chacune des deux parties du brin qui supporte  $R$ , est raccourcie de la distance  $n_2$ ; par conséquent tout le brin supportant la poulie mobile est raccourci de *deux fois* cette distance. La puissance se ment dans deux fois cette distance; ou bien  $n_1 = 2 n_2$ , et  $2 P n_2 - R n_2 = 0$  et  $2 P = R$ .

31. On peut voir de même, dans le premier système de



231. Mais, si l'on considère le système de deux poulies, on trouve, en tenant compte des vitesses virtuelles, que :

$$P \cdot v_1 - R \cdot v_2 = 0; P \cdot 1 - R \cdot 2 = 0$$

Résultat identique avec celui déjà obtenu.

Un semblable raisonnement peut s'appliquer à tous les systèmes de poulies.

Le principe des vitesses virtuelles nous conduit à la solution de toutes les questions de ce genre, dans la considération desquelles la résolution par les forces ne vient pas. En réalité, le principe des vitesses virtuelles et celui du parallélogramme des forces, s'en déduisent aisément, comme nous le verrons dans l'appendice.

232. Nous avons prouvé le principe des vitesses virtuelles dans la supposition que les forces restent en équilibre, quelle que soient leurs points d'application. Il nous a donc vu qu'il s'obtient, quelles que soient les forces ou ces points sont mus, pourvu que les forces qui leur sont imprimées conservent leur parallélisme. Le même principe, d'ail-

quelle repose la démonstration, et peu importe les circonstances elle est faite.

On parle de vitesses virtuelles, on entend ordinairement celles qui ont lieu à l'égard des mouvemens infinis des parties d'un système. Le principe des vitesses peut donc être établi sous la forme la plus simple ainsi qu'il suit :

Soit un nombre quelconque de forces, en toutes circonstances en équilibre, et que l'on communique à quelques-uns de leurs différens points d'application, ou à tous, des vitesses infiniment petits, en direction quelconque; les forces correspondantes et ajoutées en vertu de leurs vitesses virtuelles sont égales à zéro; celles mues vers les directions opposées étant prises avec le signe négatif, et les autres avec le signe positif. »

C'est la plus haute importance que les praticiens attachent à la notion claire de l'application de ce principe, et c'est la plus générale. Les idées que s'en font les autres sont ordinairement erronées.



## CHAPITRE XIX.

Théorie de déterminer mécaniquement la valeur de la résistance statique. — 234. Théorie des résistances en un seul point résistant; — 235. Pour deux points résistans; — 236. Pour trois points résistans. — 238. Théorie de la dernière résistance.

Théorie des résistances en statique. — Un certain nombre de forces qui maintiennent un corps en repos sont, et, pour la plupart des cas, sont effectivement équilibrées par les résistances de certains points fixes, ou

presqu'impossible de trouver une méthode générale applicable pour mesurer les valeurs ou les gran-

deurs de ces résistances. Les dispositions mécaniques on se sert ordinairement pour estimer la valeur d'une pression, ne sont applicables qu'à l'état immédiatement au mouvement. Or, quand quelques-unes des forces qui tiennent le corps en repos sont des résistances, ces résistances sont en partie, ou bien toutes, infiniment variées, et ne peuvent communiquer de mouvement.

Ainsi, pour prendre un exemple familier, nous pouvons varier les poids placés sur une table supportée par deux pieds, et cela à l'infini, sans produire de mouvement; on peut même enlever une portion du plancher qui est sur l'un des pieds, placer ce pied dans le plateau d'une balance, et quoique le poids sur la table reste le même, on peut varier le poids placé dans le plateau de la balance, jusqu'à certaines limites, sans communiquer de mouvement à l'assemblage. Or, il y avait eu une certaine résistance, et non une autre, supportée par le pied de la table, avant que la portion du plancher qui reposait fût enlevée; mais quelle était cette résistance? laquelle de ces pressions indiquait la balance? Il n'est pas possible de le déterminer.

Une semblable difficulté se présente dans l'usage des ressorts; ces pressions estimées par le plus ou le moins de degrés aux points où elles sont appliquées; et si un pied de la table étant attaché à un ressort, on le baisserait jusqu'à ce que la pression qu'il supporte fût balancée par l'élasticité du ressort. Mais cette disposition céderait à la pression complètement hors de la mesure des pressions supposées; qui sont supplétées par des pressions et des surfaces fixes.

234. Ce n'est pas là seulement qu'est la difficulté de déterminer *mécaniquement* les valeurs des résistances statiques; la théorie des résistances statiques présente d'égales difficultés. S'il y a un nombre quelconque de forces en équilibre, et si l'on suppose qu'il entre une résistance seulement, on ne peut terminer la valeur; car, connaissant toutes les autres forces du système, on peut trouver la grandeur et la direction de leur résultante; on sait que cette résultante doit passer par le point de résistance, et qu'elle doit, égale en grandeur à la résistance, lui être opposée en direction. La valeur de la résistance d'une seule résistance sont donc ainsi ces

il y a deux résistances dans le système, et que l'on connaisse leurs points d'application ainsi que la direction de l'une d'elles; on peut encore trouver la direction de l'autre. La grandeur de toutes deux; car en prenant la résultante des deux du système qui ne sont pas des résistances, et ajoutant que cette résultante les remplace, le tout sera mis en équilibre par trois forces qui seront cette résultante et les deux résistances; les directions de ces forces sont dans le même plan et se rencontrent en un même point et se prolongent. Or la direction de l'une des résistances est connue, et l'on peut la prolonger jusqu'à la rencontre de la seconde; alors une ligne menée du point de rencontre au point d'application de l'autre résistance, sera la direction de cette résistance. Les directions des deux résistances étant connues, la grandeur et la direction de leur résultante le seront aussi; et la grandeur de chaque résistance peut se déterminer par le principe du parallélogramme des forces.

Si les points de résistance sont des points fixes, capables de supporter la résistance en toute direction, on verra plus facilement que la direction des résistances est nécessairement perpendiculaire à celle de la force résultante. Si les points de résistance sont des points susceptibles de mouvement sur une surface lisse, et que cette surface supplée la résistance seulement en certaines directions; alors les directions des résistances sont celles qui approchent le plus possible du minimum.

1. Supposons les points de résistance  $P_1$  et  $P_2$ , fixes (82), et soit  $R$  la résultante d'un système quelconque mis en équilibre, dont les résistances en ces points tiennent partie; il y a alors en  $P_1$  et  $P_2$  des résistances perpendiculaires à  $R$ .

Menons de l'un des points  $P_1$  une ligne  $P_1MN$  perpendiculaire à la direction de  $R$  et coupant la direction de cette force ainsi que celle de  $P_2$ , en  $M$  et  $N$ . Alors, puisque les moments des forces du système autour d'un point quelconque, comme  $P_1$ , sont égaux, on a

$$P_2 \times P_1N = R \times P_1M.$$

Or, puisque les directions de  $P_2$  et de  $R$  sont connues, les longueurs  $P_1N$  et  $P_1M$  sont connues, ainsi que  $R$ ; donc  $P_2$  est connu.  
*fin de la première partie.*

$P_2 \times P_1 P_2 = W \times P_1$   
et de même

$$P_1 \times P_1 P_2 = W \times P_2$$

Ainsi  $P_1$  et  $P_2$  sont connus.

236. S'il y avait *trois* points de résistance il y aurait un cas et seulement un seul, où résistances de ces points pourraient être quelques-unes des règles de statique que nous avons données. Ce cas est celui dans lequel les résistances sont *fixes* dans les deux surfaces, et donc sont par conséquent parallèles à celles de toutes les autres forces imprimées au système.

Supposons un plan mené perpendiculairement à la résultante  $R$  (*fig. 184*) et coupant les trois résistances du système aux points  $P_1, P_2, P_3$ . Ces points seront supposés, pour l'instant, sur une ligne droite.

Joignons ces points par des lignes formant un triangle  $P_1 P_2 P_3$ . Menons aussi de ces points des lignes parallèles à la résultante  $R$ , et nous aurons trois autres triangles  $P_1 P_2 R, P_2 P_3 R, P_3 P_1 R$ .

Alors la grandeur de chaque résistance est à la grandeur de la résultante du tout, comme le triangle élémentaire est au triangle total (*fig. 185*).

On peut le prouver aisément. Supposons les forces  $P$  remplacées par leur résultante; les forces  $P_1$  et  $P_2$  remplacées aussi par leur résultante. Ces résultantes sont nécessairement égales et opposées (art. 6). Or la direction de l'une résultante est en quelque point de la ligne  $P_1 P_2$  prolongée, et la direction de l'autre en quelque point de la ligne  $P_2 P_1$ . Les deux résultantes passent donc par le même point  $M$  d'intersection de ces lignes.

Puisqu'alors la résultante de  $P_1$  et de  $R$  passe en  $M$

$$P_1 \times MP_1 = R \times MR \text{ et } \frac{P_1}{R} = \frac{MR}{MP_1}$$

$$\text{ou } \frac{P_1}{R} = \frac{\text{Triangle } P_1 R P_2}{\text{Triangle } P_1 P_2 P_3}$$

Une démonstration semblable s'applique aux autres résistances.

$R$  est le centre de gravité du triangle  $P_1 P_2 P_3$ , et égale au tiers de  $MP_1$  et

$$P_1 = \frac{1}{3} R.$$

De même, chacune des autres résistances sera égale au tiers de  $R$ ; ces résistances sont donc égales l'une à l'autre.

Ainsi une table triangulaire uniforme, supportée par ses trois coins, pressera sur tous avec une égale force, quelle que soit la forme du triangle, puisque la résultante des pressions des parties du triangle, qui sont les seules forces qui agissent, passe par le centre de gravité du triangle. Si on place un poids sur cette table, en son centre de gravité, la pression de ce poids sera également divisée entre les trois coins.

37. Un poids donné  $R$  étant ainsi toujours placé au centre de gravité du triangle, supposons que le côté  $P_1 P_2$  tourne autour du point  $P_2$ , jusqu'à ce qu'il vienne à coïncider avec  $P_2 P_3$ . Le centre de gravité  $R$  se trouvera alors sur le côté  $P_2 P_3$ . En joignant le point  $P_1$  avec le point  $R$ , et prenant  $MR$  égale à  $MP_1$ ; la pression de  $R$  sera encore également divisée entre les trois coins.

sée entre les points  $P_1$ ,  $P_2$  et  $P_3$  : cette division continuera donc quand  $P_2 P_1$  prend sa position définitive avec  $P_2 P_3$ .

Par conséquent, dans cette dernière position (fig. 185), si  $MR$  est égale au tiers de  $MP_1$ , direction de  $P_2 P_3$ , la pression de chaque force appliquée en  $R$  se divisera d'elle-même également entre les points  $P_1$  et  $P_3$ .

Il est aisé de voir que lorsque le point  $R$  est dans les conditions précédentes,

$$P_1 R = \frac{1}{3} (P_1 P_2 + P_2 P_3).$$

238. Quand le nombre des points de résistance est tel que le problème n'a plus de solutions par les principes précédemment exposés, et il faut avoir recours à un autre principe appelé le principe de dernière résistance (1), et établir comme il suit :

S'il y a un système de forces en équilibre, parmi lequel soit un nombre donné de résistances, alors chaque résistance est un minimum, sujet aux conditions imposées par l'équilibre du tout.

Ce principe se prouve aisément, mais son application est soumise à de grandes difficultés d'analyse.

Supposons que les forces du système qui ne sont pas des résistances, soient représentées par la lettre  $A$ , et les résistances par  $B$ ; de plus représentons par  $C$  un autre système quelconque de forces qui puisse remplacer les forces du système  $A$ .

Supposons le système  $B$  remplacé par  $C$ ; alors il est évident que chaque force du système  $C$  est égale à la pression qu'elle exerce à son point d'application, par les forces du système  $A$ ; ou qu'elle est égale à cette pression, à la force de résistance ainsi propagée par les autres forces du système  $B$ . Dans le premier cas, elle est *identique* avec une des forces du système  $B$ ; dans le second cas elle est plus grande.

Dès-lors chaque force de système  $B$  est un minimum, sujet aux conditions imposées par l'équilibre du tout.

Le principe de dernière résistance fut découvert pour la première fois dans le *phil. mag.* Octob.

ces d'un système quelconque de forces étant sur une condition, la grandeur et la direction de chaque force sont déterminées en fonction des autres forces posées, par la méthode du maximum et minimum de quelque fonction de variables.

Il résulte de cette détermination que lorsque les résistances sont parallèles, il y a un *certain axe*, autour duquel leurs moments sont *tous égaux*.

Les résistances sont toutes en lignes droites, cet axe se rapporte à un point.

Il s'ensuit qu'un nombre quelconque de résistances parallèles sur une même ligne droite, aient leurs moments égaux autour d'un certain point, conduit à la fois à la détermination de ce point et à la comparaison des valeurs des distances du système.

Si les résistances sont égales, le point autour duquel leurs moments sont égaux, se trouvera à une distance infinie (1). Il s'ensuit évidemment que puisque ces résistances sont des forces possibles pour supporter la résultante des forces imprimées au système, elles sont aussi près que possible de la direction de la résultante. Par conséquent, si chaque point résistant est capable de supporter la résistance en une direction quelconque, les directions des résistances sont exactement parallèles à cette direction. Si les résistances sont inclinées sous le moindre angle pos-

sible dans le coin (art. 87), puisque la force imprimée est supportée par les résistances sur les côtés, ces résistances ont leurs directions inclinées sous le moindre angle possible par rapport à la première, et sont par conséquent les directions limites des résistances des surfaces; nous l'avons établi d'après d'autres principes.

(1) Il s'ensuit en effet que si une force donnée est supportée par des résistances égales en même ligne droite, dans les circonstances précédentes.



libre et égale sur toute égale et semblable surface qui se trouve dans toute autre partie du fluide; se distribue également et uniformément dans toute la masse fluide.

Si donc il y a deux parties des côtés du vaisseau pressés qui soient précisément de même forme et de même dimensions, et qu'une pression quelconque soit appliquée l'une d'elles, la même pression précisément se produira l'autre; ou bien, si un piston solide, dont l'extrémité d'un fluide déterminée, est entouré à une profondeur quelconque dans le fluide, de manière à produire une pression déterminée sur une surface qui s'y trouve dedans, de la même forme et des mêmes dimensions que l'extrémité du piston, alors une semblable et égale pression sera produite sur une surface semblable et égale et semblable sur toute autre partie de même forme et des mêmes dimensions du vaisseau.

Il est clair que si la pression est appliquée à une surface plane, qu'elle soit située dans le fluide ou qu'elle soit sur le vaisseau, elle se propage à tous les plans parallèles à elle, et que chaque surface de plans infiniment petits, et la force appliquée à une surface comme distribuée sur ces plans. Or si la force appliquée à chaque plan dans une surface, est exactement proportionnée à chaque plan égal et correspondant dans l'autre, à un seul, que toute la pression sur l'une des surfaces est exactement proportionnée sur l'autre.

Supposons alors, dans la *fig. 186*, les pistons *P* et *p* comprimés par des surfaces planes, et que des forces *P* et *p* soient appliquées à ces pistons, de manière qu'ils soient équilibrés l'un avec l'autre. Ceci étant, soit une faible pression additionnelle communiquée pour un instant à l'un des pistons, *P* juste assez pour troubler l'équilibre; cette pression additionnelle sera transmise à l'autre piston; et puisque les deux pistons étaient exactement en équilibre, tous deux se mettront à vibrer.

Il s'en déduit des conséquences suivantes: dans le premier, par l'application d'une pression sur une surface plane, on suppose former une p

4 d'un fluide quelconque. L'autre forme différente du piston.

a lieu pour les solides; ou dans des directions limitées à certains angles, comme cela a lieu pour les corps composés de particules détachées, tels que le sable par exemple; mais dans toutes les directions possibles.

On y peut ajouter toutes les autres propriétés dont nous pourrions dire qu'un corps fluide jouit, et qui le rendent distinct du corps solide.

Soit  $AB$  (fig. 186) un vaisseau dont les côtés soient parfaitement rigides, et qui renferme *exactement* un corps fluide, de toute forme possible. Supposons deux masses prismatiques, appelées pistons,  $pP$   $qQ$ , qui s'y plongent à une profondeur quelconque par des ouvertures dans les côtés et auxquelles elles s'adapteront parfaitement, en s'y mouvant avec une complète liberté; appliquons-y des forces capables de les tenir *juste* en leurs places. Un équilibre étant ainsi établi, appliquons une autre force  $P$  à l'un des pistons; on verra que de *quelque manière que l'autre piston soit placé*, la force additionnelle devient immédiatement nécessaire pour maintenir ce piston en repos. La pression du premier piston est donc instantanément propagée au second; et cela a lieu, de quelque manière que l'autre piston soit placé, il suffit que la pression appliquée à l'une des parties du fluide se propage en toutes directions, et à toute autre partie du fluide.

Si le vaisseau contenait, au lieu d'un fluide, une masse de sable ou de terre, le piston  $Q$  ne serait affecté par une force appliquée à  $P$ , qu'autant qu'il serait situé dans un espace renfermé par des lignes tirées sous un certain angle, à partir de  $P$ , et représentées dans la figure par les lignes pointillées. Les corps de ce genre, dont il existe une grande quantité, se nomment quelquefois fluides imparfaits.

43. De cette propriété, que la pression appliquée à un fluide est propagée en toutes directions, on en peut déduire la suite : « Qu'elle est propagée ÉGALEMENT en toute direction.

On cite ordinairement cette propriété comme le principe de la distribution égale de la pression fluide.

Se qu'on doit entendre par ceci, c'est qu'une pression appliquée à une surface quelconque, ou aire, située dans un fluide, engendre une pression pres-

sion est prouvé, quelle que soit la forme des  
quelles elle s'applique.

244. Il paraît, d'après l'équation précédente  
pression appliquée à une surface plane, dans un  
fluide, est à la pression qu'elle produit sur  
toute autre partie de ce fluide, comme l'aire du  
est à celle du second. Ainsi, si la première aire  
comparativement à la seconde, la force appli-  
petite comparativement à la force produite; e-  
sément de la *force* produite, comparativement  
productrice, peut être porté à un degré infini  
sant la disproportion des deux aires.

245. C'est sur ce principe qu'est construite  
drostatique de *Bramah* (fig. 187). AB et C  
cylindres creux dont les parois sont d'une gra-  
et d'une grande force. Le diamètre de CD est  
petit que celui de AB, et ils communiquent  
BD. AM est un fort piston marchant dans le  
AB bien ajusté et calibré, qui se termine par  
teau GFH, sur lequel se met la substance à  
presser. KCQ est un autre piston ajusté de mêm  
cylindre CD, et qui s'y meut au moyen d'un  
dont le point d'appui est en K. Immédiateme-  
du point D est une soupape *fermant par bas*, et  
quelle le cylindre CD communique, par un tu-  
réservoir E contenant de l'eau. Le tuyau BI  
soupape *ouvrant dans le cylindre AB*. Le levier  
élevé, la soupape en D s'ouvre, et l'eau monte  
une pompe ordinaire, du réservoir E dans le

Le levier étant alors *baissé*, la soupape D s-  
en B s'ouvre, et l'eau est forcée dans le tuyau I  
du piston en M. Quand tout le fluide a été  
l'opération recommence, et le piston AM est fo-  
continuellement. La substance à presser est  
plateau GFH et une traverse I qui est fixée à  
et H.

D'après ce qui a été dit précédemment; éq  
243; on voit que la pression sur la base du  
à celle sur Q comme l'aire du premier est à l'a-  
pistons étant des cylindres pleins, les  
is transversales sont l'une à l'autre con-

mètres. Dès-lors, en appelant ces diamètres  $D_1$  et  $D_2$ , les pressions  $P_1$  et  $P_2$ , on a

$$\frac{P_2}{P_1} = \frac{D_2^2}{D_1^2}$$

as par exemple que le cylindre Q ait un quart de  
il. 3499 ) de diamètre, et M douze *inches* ( 304

$$= \frac{(12)^2}{(1/4)^2} = \frac{144}{1/16} = 144 \times 16 = 2304$$

d'où  $P_2 = 2304 P_1$ .

nt supposons que la force  $P_1$  soit produite sur  
2) par l'action d'une force  $P$  appliquée à l'extré-  
vier H K L, et que la longueur du levier soit de  
122 centimètres); et que la distance du point K  
nt d'appui H soit de 4 *inches* ( 101 mil. 598 );  
95 ) on a  $4 P_1 = 48 P$ ; d'où  $P_1 = 12 P$  et  $P_2$   
 $12 P = 27648 P$ . Si la force  $P$  appliquée à l'ex-  
levier est de 100, la pression  $P_2$  ainsi produite  
du piston M sera 2764800.

s d'un homme appliqué à l'extrémité du levier  
ic, avec cette machine, une pression au-delà de  
( 2030560 kil. ). C'est la machine la plus simple  
lication la plus facile pour accroître la puissance  
La seule limite à sa force est le manque de maté-  
bles de résister à l'énorme pression qu'elle pro-  
e eût été connue d'*Archimède*, il l'eût certes pré-  
levier pour soulever le monde.

ne belle disposition de feu M. *Bramah* pour  
fait le rodage de deux pistons, sous la pression  
laquelle le fluide est assujetti. Une partie du  
arnit le métal s'étend au-delà du bord dans le  
e surface de ce cuir étant ainsi présentée à l'ac-  
ide, et l'autre à la surface du piston, la pression  
le force à serrer le piston mieux que cela ne  
ement; et par cette simple disposition, à mesure  
dance du fluide à s'échapper s'accroît, à raison  
issement de pression sur lui, le collier est conti-  
rassermi et ne peut s'échapper. Le principe de

véritablement le fluide ainsi comprimé, il y a  
plus pression, c'est celui de le conserver  
parce qu'il résiste. Il semble qu'il n'y a  
rien qui se prête à la puissance de  
fluide qu'on de ses multiples efforts pour  
que se résiste, ou pour briser une po

On se peut-être employé pour arra  
cher ou pour les fibres de fer. Dans ce  
cas, compression, mais par traction, et il  
possède, particulièrement pour appliquer la  
pression. On y fait l'usage de la machine  
par laquelle le fluide de traction doit être  
dans le même fluide à la base du cyl  
indre à l'extrémité du piston M qui,  
mou, entraîne cette verge avec lui.

La pression de la presse cesse de suite en  
même temps qui permet à l'eau de s'écouler  
dans grand espace.

246. Nous avons vu que la pression de  
l'oppression d'un fluide d'une surface p  
les pressions sont l'une à l'autre comme 1  
Supposons maintenant que la seconde su  
soit l'un d'un fluide. Chacune de la division  
nombre de parties égales. Chacune d'elles  
soit une même partie. Soit n leur nombre

ou comme toute la pression sur la surface toute l'aire de cette surface.

d'un fluide sur la surface d'un solide est dans une direction perpendiculaire à cette surface. Si cela n'était pas, elle pourrait se décomposer en deux forces, dont l'une serait perpendiculaire à la surface, l'autre lui serait parallèle; et cette dernière agirait sur les parties adjacentes du fluide et causerait un mouvement chez elles. Il s'ensuit donc que la pression d'un fluide sur la surface d'un solide, est en direction perpendiculaire à cette surface.

*Projection et décomposition de la pression fluide.*

La projection d'une ligne sur une autre ligne est cette seconde ligne interceptée entre les perpendiculaires menées par les extrémités de la première à la seconde. La projection de  $PQ$  sur  $A'B'$  (fig. 188) est la projection de  $PQ$  sur  $A'B'$ , c'est la partie de  $A'B'$  interceptée entre les perpendiculaires  $PP'$  et  $QQ'$  menées par les extrémités de  $PQ$  sur cette ligne. De même  $P''Q''$  est la projection de  $PQ$  sur  $A'B''$ .

La projection d'un plan sur un autre plan se fait de la même manière. La projection d'un nombre infini de lignes parallèles sur un autre plan, est une ligne passant par les projections des extrémités d'un nombre infini de ces lignes, menées de tous les points de la circonférence du premier plan sur le second. Ainsi  $P'Q'$  (fig. 189) est la projection du plan  $PQ$  sur  $A'B'$ .

Si il y a trois forces en équilibre (fig. 188) agissant dans des directions perpendiculaires aux trois lignes formant le triangle  $PQp$ , on a vu précédemment (de l'art. 145) qu'elles sont représentées en grandeur par les trois lignes; en sorte que si l'on divise ces lignes en autant de parties qu'il y a d'unités de force, la force qui lui est perpendiculaire, il y aura autant de parties dans chacune des autres lignes, et les forces qui leur sont respectivement perpendiculaires, ainsi  $PQ$  étant pris pour représenter la force perpendiculaire, en grandeur,  $pP$  et  $pQ$  représentent les forces qui leur sont respectivement perpendiculaires, si  $AB$  est perpendiculaire à  $A'B'$ ,  $pP$  et  $pQ$  sont respectivement égaux à  $P'Q'$  et  $P''Q''$ . A s'en-  
*industrielle, 1<sup>re</sup> part.*



horizontal et un plan vertical, représenteront les pressions qui sont perpendiculaires, et qui sont les *composantes* de la pression. Les nombres d'unités carrées dans ces plans représenteront les unités de pression (égales à la surface) qui sont contenues dans les pressions compo-

sées.  $P'$  et  $P''$  étant les *projections* de  $P$  sur deux plans, l'un *horizontal*, autant il y aura d'unités carrées dans l'un d'eux, autant il y aura d'unités de pression dans les autres, horizontale et verticale, de pression sur  $P$ ; l'unité de pression étant prise égale à la pression sur une unité

de surface. Prenons maintenant que  $P$  fasse partie de la surface latérale d'une masse supportant la pression d'un fluide, imprimée comme il a été expliqué au commencement du chapitre. On verra de cette manière que la pression sur chaque unité carrée de la surface de la masse soit la même.

$P_1$  : cette partie opposée de la surface de la masse, a la même projection verticale que  $P$ , c'est-à-dire  $P'$ ;  $P_2$  : celle qui a la même projection horizontale. Alors la pression sur  $P_1$  aura pour sa *composante horizontale* une valeur contenant autant d'unités qu'il y a d'unités carrées dans  $P'$ ; chaque unité de pression étant la même qu'avant (c'est-à-dire la pression sur une unité carrée, qui est la même sur toute la surface). Mais la *composante horizontale* de la pression sur  $P_2$  contient, comme nous l'avons vu, le même nombre des mêmes unités. Dès-lors les composantes horizontales de pression sur  $P$  et sur  $P_1$  sont les mêmes en grandeur, mais en directions opposées. Le corps n'a donc aucune tendance à se mouvoir *horizontalement*, à raison de ces pres-

ensions. On peut voir que les pressions *verticales* sur les parties opposées de la surface de la masse sont les mêmes en grandeur et en directions opposées. Le corps n'a donc non plus aucune tendance à se mouvoir *verticalement* à raison de ces pressions.

Si l'on voit que les pressions horizontales et verticales sur le plan  $P$  sont *neutralisées* par des pressions sur les parties opposées de la surface de la masse, il en est de même pour tous les autres plans élémentaires dont la surface est composée, il s'ensuit — toutes les pressions horizontales et verticales sur les différents points



unes les autres. Ceci étant, il s'ensuit que la pression sur le plan P est exactement propagée, sans accroissement ni diminution, à toute autre surface P' de la même étendue sur le même plan horizontal. De même la pression est exactement propagée en P. Nous en concluons dès-lors que la pression sur P' est précisément égale à celle sur P.

Car si elle n'était pas égale, elle serait plus grande ou plus petite.

Supposons la pression sur P' *plus grande* que celle sur P. Alors puisque la pression sur P' est transmise exactement vers le haut sur ce plan, et excède sa propre pression sur P vers le bas, il doit y avoir mouvement vers le bas; ce qui n'est pas puisque le fluide reste en repos.

Supposons la pression sur P' *moindre* que celle sur P. Alors la pression sur P est *plus grande* que celle sur P'. Par la même raison que dans le cas précédent, le fluide devrait se mouvoir; ce qui n'est pas, puisque le fluide reste en repos.

La pression sur P' n'est donc ni plus grande ni plus petite que celle sur P; c'est-à-dire qu'elle lui est égale.

254. On voit, par ce qui précède, que les pressions sur deux aires égales, prises quelconques dans un fluide, sont égales l'une à l'autre, pourvu qu'elles soient dans un même plan horizontal (1).

C'est une proposition fondamentale d'hydrostatique qui sert à expliquer les plus importants phénomènes

(1) Il y a une autre démonstration qui, quoique moins directe, peut être regardée comme plus intelligible.

Soient P et P' (fig. 192) des aires égales et semblables dans un même plan horizontal, situé d'une manière quelconque dans un fluide. P Q Q' un tube imaginaire, de forme *symétrique*, et tel que les plans P et P' qui forment ses extrêmes sections. Supposons la masse du fluide, à l'exception de ce qu'en contient le tube, en repos. Les conditions de l'équilibre du fluide contenu dans le tube seront pas altérées par ce changement, puisqu'on n'ôte rien au fluide, n'ajoute rien aux forces agissant sur ce fluide, mais qu'on lui donne seulement un pouvoir de *dernière pression résistante*. Si le tube est *symétrique*, on voit que son fluide ne peut rester en repos sans que les pressions sur ses deux extrémités P et P' soient égales. Or P et P' ont été pris *n'importe où* dans un même plan horizontal quelconque. Donc la proposition est démontrée vraie pour deux aires égales d'un même plan horizontal.

ois avec toutes autres conditions qui résultent

. 191) une partie de la surface d'un fluide — en une portion QP constituant une colonne fluide ayant pour sa base un plan horizontal. Dans les conditions d'équilibre de cette partie du fluide, la première condition de l'équilibre d'un système est, il s'ensuit que les mêmes conditions doivent avoir lieu par rapport aux forces agissant sur cette colonne, que si elle était un solide.

Les forces qui lui sont imprimées *en directions différentes*, doivent donc être égales l'une à l'autre ; la somme de celles imprimées horizontale-

Supposons que la surface AB du fluide soit libre en haut, la seule pression *verticale* sur la colonne fluide au bas est son poids ; la pression de bas en haut sur sa base P. Ces pressions sont donc égales ; c'est-à-dire que la pression sur la base du fluide QP est égale à son poids ; et cela est la même pour toute autre colonne du fluide que l'on prendrait. Il voit donc que la pression sur un plan horizontal, quel qu'il soit, est égale au poids du fluide s'élevant de ce plan jusqu'à la surface du

fluide, d'après le principe de distribution égale de la pression. La pression sur un tel plan, si le fluide est au repos, serait *exactement* propagée, sans accroissement, à toute autre surface d'aire égale dans

le fluide, est d'ailleurs *pas* sans poids, et chaque particule est soumise à la force de gravité, laquelle force détermine continuellement la valeur de la pression, dans toute une partie du fluide à l'autre, pourvu que la propagation soit en quelques degrés vers le bas, c'est-à-dire *verticale* ; mais elle ne change si sa direction est horizontale, c'est-à-dire perpendiculaire à la direction de la gravité, puisque c'est l'équilibre statique, que les forces agissant perpendiculairement l'une sur l'autre, ne se *contrarient* ni *n'augmentent*, ou bien ne s'affectent aucunement les

ou quelque point près du sommet, au lieu  
même ou sous le niveau de l'eau dans la  
caverne se remplisse d'eau avec le temps, et  
tout se précipite accidentellement dans la  
cavité remplie, ou, ce qui est possible, que le  
tunnel, qui alimentent l'eau de la caverne  
même, la pousse vers le haut, gradine à  
la caverne, peut occider tout le poids de la  
lire pour détruire son adhesion à sa base, et  
se renverser.

257. La surface libre d'un fluide est per-  
pendiculaire aux pressions sur les aires égales de  
horizontal d'un fluide étant égales (art.  
256) chacune de ces aires étant égale en po-  
ssesse, ayant une base égale à cette aire, et  
surface du fluide, il s'ensuit que toutes ces  
aires du même poids et de la même hauteur.

On voit donc ainsi que toutes les parti-  
cules d'un même plan horizontal, aux points de ce  
libre surface du fluide, c'est-à-dire à tout  
place non retenue dans sa position par la  
voies du vaisseau, sont égales l'une à l'autre  
que tous ces points sont à la même distan-  
ce du plan horizontal dont il s'agit. Ils sont donc  
à la même place horizontale, ou, suivant l'ex-

le supposé supérieur est un plan horizontal; et si l'on a un plan horizontal dans le fluide supposé inférieur, la pression sur chaque aire égale de ce plan est la même, ou le poids d'une colonne verticale s'étendant jusqu'à la surface du fluide; d'où les poids de telles colonnes sont les mêmes. Or elles sont d'égales longueurs, puisqu'elles s'étendent jusqu'à la libre surface du fluide supposé supérieur, nous savons être un plan horizontal. Donc, puisqu'elles ont des poids et de longueur égales, chacune doit contenir la même quantité de chaque fluide; et les hauteurs des colonnes des deux fluides, les plus basses, c'est-à-dire les distances des différens points de la *surface commune* des deux fluides au plan horizontal donné, doivent être les mêmes; par conséquent, la *surface commune* est elle-même un plan horizontal. La *surface commune* des liquides à la surface de la terre, l'atmosphère qui l'entoure, est un plan horizontal. Il n'est pas de variété concevable dans la *forme* du vase contenant, auquel le raisonnement sur lequel ces conclusions sont fondées ne soit applicable.

On peut former un *système de tuyaux*, liant divers vases l'un à l'autre; et il suit de ce qui précède, que lorsque les fluides atteignent un état d'équilibre dans ces vases, la surface dans tous sera dans le même plan horizontal, ou bien au même niveau. Le fluide sera en mouvement jusqu'à ce que cela ait lieu. Tant qu'il se meut ainsi, qu'il cherche son niveau.

Cette propriété d'un fluide de rechercher son niveau, est la raison de laquelle l'eau se répand avec une étonnante facilité dans les rues de nos cités populeuses, surmontant divers obstacles que les variations du terrain présentent à son mouvement; s'élevant dans les étages supérieurs des maisons, et remplissant, à des intervalles fixes, un réservoir qui fournit à tous les besoins de santé et de salubrité de ses habitans. Pour cet effet, tout ce qui est nécessaire, c'est que tout le système des tuyaux et conduits communiquent avec un réservoir dont la surface soit au-dessus du haut niveau auquel on veut avoir l'eau. Si l'eau ne s'élève pas naturellement dans un pareil réservoir, il faut recourir à l'aide d'une pompe ou d'autres mécanismes hydrauliques, parmi lesquels se place en première ligne la machine à vapeur.

Il est remarquable que cette importante prévision, de laquelle dépend autant la santé et le bien-être de la population nombreuse, ait été si long-temps ignorée dans le monde. Il semble n'avoir été connu que dix siècles. Que les Romains n'en aient jamais songé à l'application, et qu'ils n'aient jamais songé à l'agrandissement des entreprises qui, de nos jours, contribuent au bien-être de la société, cela semble évident. Le nombre des aqueducs qu'ils ont érigés, avec des dépenses considérables, dans le voisinage des grandes cités, et dont les ruines sont les monuments frappans de leur puissance, de leurs richesses et de leur ignorance. Les aqueducs qui fournissaient de l'eau à Rome, ont plusieurs centaines de milles de long. L'aqueduc bâti par les Romains dans le voisinage de Nîmes, et qu'on appelle le pont du Gard, est un des plus beaux échantillons de leur massive maçonnerie. Tous les aqueducs étaient des canaux artificiels, au même niveau, et se soutenaient du haut d'une éminence à une autre, et sur des piliers dans la vallée qui les sépare. Ils s'élevaient certainement épargné ces constructions gigantesques. Ils avaient su qu'une conduite close, de direction irrégulière, à niveau très-varié, peut aussi amener l'eau d'un point à un autre, à la même hauteur, si tout le cours du canal était en ligne droite.

260. La propriété qu'ont les fluides de rester à leur propre niveau, a été mise en évidence d'une manière simple à l'aide de l'instrument représenté *fig. 1*. Des vaisseaux de formes différentes sont ajustés de manière à communiquer avec un réservoir fermé. Malgré leurs formes et de leur disposition, ces vaisseaux contiennent l'eau d'un réservoir commun, arrivent au même niveau, et le mouvement de l'eau continue dans ce que ce niveau soit atteint. On peut varier le niveau en plaçant des robinets aux cols des différens vaisseaux, qu'on le voit dans la figure. Le réservoir étant fermé, ces robinets fermés, le fluide peut être maintenu à différens niveaux; mais dès qu'on les ouvre, le fluide se met immédiatement en mouvement; et après quelques oscillations pour atteindre l'équilibre, toutes les branches se nivelent, ou par être dans la même position horizontale.

Les écluses des canaux présentent un autre exemple incipie.

Un fluide ne reste en repos que lorsque sa surface atteint son niveau, il est évident que les eaux d'un canal resteront tranquilles qu'autant qu'elles auront atteint le même niveau ; ou bien, en d'autres termes, qu'autant qu'un plan horizontal passant par un point de la surface du fluide s'arrête en quelque endroit du prolongé dans la direction de son cours, coupera les rives ou les bords du canal, en des points qui ne seront ni en dessus ni en dessous du premier. Car la surface étant à un point dans ce plan horizontal, n'y restant qu'elle sera toute dans ce même plan. Si donc elle était quelque part au-dessus des bords du canal, la surface du fluide passerait par-dessus les bords, ou bien déborderait ; si le plan passait quelque part en dessous du canal, alors la surface du fluide y serait inclinée par ce fond, et en cet endroit le canal se trouve-

est quelquefois impossible de construire un canal de telle sorte qu'il soit assujéti à cette condition de niveau, à cause de l'inégalité de la surface du pays qu'il traverse. On fait deux parties distinctes du canal avec des niveaux différents, par exemple, l'une est au niveau du sommet d'une montagne, tandis que l'autre reste au niveau de la surface vallonnée inférieure. Les deux branches du canal étant entièrement distinctes et séparées l'une de l'autre, l'eau se présente pour le passage des barques de l'une à l'autre. On la surmonte quelquefois par un chemin transversant la montagne, et sur lequel des wagons transportent les barques, après qu'une machine à vapeur les a élevées ; ou l'eau à l'aide d'un plan incliné, pour les remettre au même moyen dans le bassin du niveau supérieur. Souvent c'est un bateau locomoteur qui remorque les

de tous les modes de communication, le meilleur et le plus convenable pour les barques chargées, c'est l'é-

AB (fig. 175) la surface de la montagne entre les deux branches d'un canal. S'il y a peu de différence dans les hauteurs, une excavation se fait du sommet A perpen-

diculairement suivant AP jusqu'au niveau PB du fond de la montagne, et en même temps on élève une chaîne de chaque côté de l'excavation dont le sommet QA est niveau de A.

Ceci étant fait de chaque côté de l'excavation, il est formé un grand réservoir dont le fond est au même niveau que le fond de la branche inférieure du canal, et dont le sommet est au même niveau que celui de la branche supérieure. Les extrémités de ce réservoir sont fermées par des portes d'écluses KC et ID qui s'ouvrent et se ferment à volonté (fig. 196). Une barque est amenée du plus bas niveau AB au plus haut par ce moyen; les portes se ferment, et l'on ouvre l'échappée de communication entre la branche inférieure du canal et le réservoir; cette échappée peut être un canal souterrain, ou bien une vanne dans la porte; au arrive dans le bassin supérieur; la porte ID s'ouvre au niveau du canal supérieur; la porte KC s'ouvre facilement, puisque l'eau se trouvant au même niveau des deux côtés, en pressant également les parois, et n'y a plus de raison pour que la pression de l'eau s'oppose au mouvement de la porte, ou l'accélère plutôt d'un côté que de l'autre. La porte étant ouverte, le bateau arrive dans le réservoir, et l'on referme la porte par laquelle il est entré. L'écluse devient alors un vase clos de fluide supportant le bateau à sa surface. On ouvre alors l'échappée de communication du réservoir avec la branche inférieure, et le niveau s'abaisse graduellement dans le bassin du réservoir jusqu'à celui du canal inférieur; on ouvre alors la porte KC, et le bateau peut continuer sa route sur cette branche du canal.

Le procédé pour faire monter la barque au niveau supérieur est exactement l'inverse. Le réservoir étant vide comme on dit, et la porte supérieure fermée par conséquent, le niveau de l'eau s'y trouve le même que dans le canal inférieur; alors la porte KC étant ouverte, le bateau arrive dans le réservoir. On referme la porte par laquelle il est entré, puis on laisse arriver l'eau du canal supérieur par l'échappée de communication, jusqu'à ce que le bateau arrive au même niveau que le canal supérieur; après quoi le porte AB s'ouvre pour laisser passer le bateau.

*Si la différence des niveaux est considérable, il devra*

cable d'excaver une *simple écluse* de profondeur pour transporter le bateau d'une branche à l'autre. Dans ce cas on construit une série d'écluses, et on s'élève graduellement de l'une à l'autre par le moyen jusqu'à la hauteur voulue. C'est ainsi qu'une peut monter sur le flanc de la montagne d'un côté, endre de l'autre, s'il y a assez d'eau sur le sommet ontagne, pour fournir à la consommation des écluses. évident que chaque fois que le réservoir se vide, antité d'eau, égale à sa contenance, passe du canal ur dans le canal inférieur, et qu'ainsi chaque passage au consomme cette quantité d'eau; en sorte que deux s successifs ne peuvent avoir lieu sans que le canal ur fournisse assez d'eau pour cette consommation. n grand obstacle à l'usage des écluses, à raison des és que les localités présentent souvent et d'une ma-nsurmontable.

Le niveau d'eau présente une application très-utile propriété qu'ont les fluides de chercher leur niveau. nécessaire pour certaines opérations de déblais et s, de déterminer le point exact, d'une chaussée ou ur par exemple, qui doit se trouver dans le même orizontal avec un autre point à quelque distance. Ce ment s'opère ainsi qu'il suit :

tube recourbé A B (*fig. 197*) porte à ses extrémités erres A et B, dans lesquels l'eau du tube s'éta- même niveau P Q; en sorte que l'œil regardant à les verres se dirige suivant ce niveau en droite ligne tale. L'instrument est posé sur un pied, et l'obser- qui regarde par A ou par B peut s'assurer que Q la même horizontale que P, ou réciproquement. un instrument très-commode, très-exact, et d'une aussi facile que sa pratique.



## CHAPITRE III.

263. *Pression oblique d'un fluide pesant.* — des vases contenant ce fluide. — 266. *Forme*  
*deux et vannes.* — 268. *Centre de press*  
*Valeur de toute la pression sur une sur*  
 — 272. *Composition et décomposition de la p*  
*fluide pesant.* — 273. *Les pressions horizon*  
*corps immergé dans un fluide se détruisent l*  
 — 274. *Valeur de la pression horizontale.* —  
*produit par l'ouverture d'une partie des*  
*vase contenant un fluide.* — 281. *Moulin à*  
 282. *Mouvement des fusées.*

263. *Pression oblique d'un fluide pesant.*  
 ( *fig. 198* ) une surface plane *obliquement* pla  
 fluide; soit  $PQ'$  un autre plan pris dans le  
 mêmes dimensions précisément que  $PQ$ , mais  
*ment* placé. La pression sur  $PQ'$  sera dès-lors  
 que nous avons dit ( art. 252 ), égale au poic  
 lonne de fluide ayant ce plan pour sa base  
 la surface  $M$ .

Maintenant toute la pression, en vertu du  
 l'égale distribution de pression fluide, sera tra  
 surface  $PQ$ , en y ajoutant le poids du fluide  
 se trouve entre les deux plans. Si donc  $PQ$  e  
 petit, cette dernière partie du fluide sera très-  
 s'ensuivra que l'on pourra négliger son poids.  
 sur le plan  $PQ$  étant considérée dès-lors con  
 ment égale au poids d'une colonne de fluide a  
 pour sa base et une hauteur égale à la profon  
 est ce plan.

Or la pression d'un fluide sur une surface c  
 direction *perpendiculaire* à cette surface ( art.

donc une colonne  $PM'$  perpendiculaire à  $PQ$ , ayant au pour sa base et d'une hauteur  $PM'$  égale à  $PM$ , la pression sur  $PQ$  agira dans la direction de cette colonne, sera égale à son poids. La surface  $PQ$  étant supposée infiniment petite, la colonne  $PM$  peut être représentée par la ligne  $PM$ .

44. Supposons que  $P, P_1, P_2$  (*fig. 193*) soient des points sur la surface intérieure d'un vase contenant un fluide. Les lignes  $PM', P_1M', P_2M'$  perpendiculaires à la surface en ces points et qui soient égales à leurs diverses pressions  $PM, P_1M, P_2M$ ; ces perpendiculaires représenteront les pressions sur d'excessivement petites parties de surface vers ces points (*art. 263*). Il est évident que ces lignes croissent à mesure que les points sont plus profondément enfoncés; si donc le vase doit être construit de telle sorte qu'il n'ait aucune tendance à céder à la pression du fluide en un point plutôt qu'en un autre de sa surface, l'épaisseur devra être plus grande vers le fond que vers le haut. Si l'on suppose que la force du vase est proportionnelle à son épaisseur, il est clair qu'il faudra prendre les épaisseurs  $PQ, P_1Q_1, P_2Q_2$ , aux points  $P, P_1, P_2$ , proportionnelles aux lignes  $PM', P_1M', P_2M'$ , c'est-à-dire aux lignes  $PM, P_1M, P_2M$ . Si l'on veut avoir juste l'épaisseur capable de supporter la pression du fluide, pas davantage, on pourra s'assurer par expérience que l'épaisseur du métal supporte exactement la pression en un point quelconque, en  $P$  par exemple, puis on conformera l'épaisseur des autres points à leur profondeur.

65. Si la paroi d'un vase, ou quelque partie de cette paroi est un *plan* au lieu d'être une surface courbe, la loi de la pression se détermine aisément.

Supposons que  $APD$  (*fig. 200*) soit un vase dont la surface intérieure ait une partie plane  $PC$ . Soit  $AB$  la surface du fluide, et imaginons-la prolongée de manière à remonter la surface  $PC$  également prolongée, en  $N$ . Par un point quelconque de  $PC$ , menons la verticale  $PM$  à la surface du fluide,  $M'$  perpendiculaire à  $PC$  et égale à  $PM$ . alors si de  $N$  on mène la droite  $NL$  passant par  $M'$ , une perpendiculaire  $d'$ , menée par un point quelconque  $P_1$  de  $PC$  à cette droite, représentera la pression sur ce point; elle est égale

à la hauteur de la colonne  $P, M$ , dont le poids pression.

Si l'on fixe  $PQ$  pour épaisseur du vase en  $P$  mène par  $N$  une droite  $NK$  passant par  $Q$ ; alors la face extérieure du vaisseau coïncide avec cette ligne pour y supporter la pression sera la même au point de  $PC$ , comme en  $P$ ; c'est-à-dire qu'elle est également forte partout; en effet il existe le même rapport que de  $PQ$  à  $PM$ .

C'est sur ce principe que les chaussées sont des massifs de pierre, de terre ou de sable destinés à supporter la pression du fluide. Elles sont perpendiculaires et d'une épaisseur uniforme, mais ont une face extérieure inclinée. La *fig. 201* représente une de ces chaussées. La perpendiculaire  $PM$  étant menée d'un point quelconque de la surface intérieure  $AB$  et prise égale à la profondeur  $PA$  en ce point; une ligne  $AL$  étant alors tirée par les points  $A$  et  $M$  (1); et d'autres perpendiculaires menées de tous les autres points entre  $A$  et  $B$  à des profondeurs respectives de ces points, comme la perpendiculaire de  $P$  l'est à la profondeur  $PA$ ; si l'on mène quelque ligne  $AN$  par  $A$ , les distances entre cette ligne et les différents points de  $AB$  seront toutes proportionnelles aux profondeurs de ces points; une chaussée ainsi faite supportera quelque ligne telle que  $AN$ , sera partout d'une épaisseur égale au fluide  $ABL$ . On leur donne même une épaisseur plus que suffisante pour une résistance de pourvoir à toute variation de résistance qui peut venir dans les matériaux employés.

267. On voit par ce qui précède que les surfaces supportant les pressions des fluides pesants doivent être plus fortes dans le bas que vers le haut, les parties inférieures n'étant pas nécessairement à celles du haut. Ainsi les portes d'écluse, les vannes, doivent être un assemblage plus épais et renforcées de ferrement au fond de l'eau que près du niveau.

268. *Centre de pression.* — Revenons au cas

(1) Cette ligne sera évidemment inclinée de  $45^\circ$  à l'horizontale.

surface plane formant partie des côtés d'un vase 0). On demande à combien se monte la pression sur tout le plan; et où l'on devrait appliquer une seule force pour supporter cette pression et maintenir le plan en repos même qu'il serait entièrement détaché du reste

Point qui possède cette propriété se nomme le centre de pression; on peut le définir d'une manière générale : *dans une surface supportant la pression d'un fluide il s'agit d'appliquer une seule force pour supporter la pression et maintenir la surface en repos.* Sa position quand la surface est un plan, se détermine aisément.

1. que les pressions sur les différens points du plan seront représentées par les perpendiculaires à ce plan élevées à la ligne  $NL$ , qui sont équivalentes aux poids colonnes de fluide de même longueur que ces lignes. La pression est donc égale au poids de toute la figure que l'on peut supposer composée de ces lignes, et sur  $PC$  est précisément le même que celui que produirait le poids d'une telle figure si elle était mise dessus en position horizontale. Or la résultante des poids des colonnes de cette figure passera par son centre de gravité; la résultante des pressions du fluide sur  $PC$  passe donc par le centre de gravité. Nous n'avons dès-lors qu'à trouver le centre de gravité du trapèze  $PCEM'$ , et à mener par ce point une perpendiculaire à  $PC$ ; le point où cette perpendiculaire se rencontre, sera le centre de pression.

Si le plan  $PC$  s'étend jusqu'à la surface du fluide la détermination de la position du centre de pression est la même; car alors le point  $P$  coïncidant avec  $N$ , le trapèze  $PCEM'$  deviendra le triangle  $NCD$  (fig. 202). Nous trouverons le centre de gravité de ce triangle par la méthode expliquée dans l'art. 68 (fig. 52), où la position du centre de gravité, comme nous le verrons dans l'appendice, est, aux deux tiers de la ligne  $AM$ , menée du sommet  $A$  au milieu de la base  $BC$ . Si donc nous menons  $MN$  (fig. 202) sur la ligne  $CD$ , et que nous prenions  $NG$  égale aux deux tiers de  $MN$ , ce sera le centre de gravité du triangle; et si nous menons  $GH$  perpendiculaire sur  $NC$ ,  $H$  sera le centre de pression de ce plan. Or, puisque  $NG$  est égale au deux tiers de  $MN$ , il est évident que  $NH$  doit être égale aux deux tiers

de NC. Il s'ensuit dès-lors que le centre de pression d'un plan, atteignant à la vraie surface du fluide dont il soutient la pression, est à une distance de son extrémité supérieure, égale aux deux tiers de toute sa longueur. Enfin le plan est supposé composé, dans toute sa largeur, de lignes de même longueur que NC et qui lui sont parallèles; en d'autres termes, on le suppose un rectangle; et ceci étant, quelle que soit son inclinaison, le centre de pression sera distant du bord du plus haut des deux tiers de toute sa longueur, et une seule force, telle, par exemple, que la pression d'une verge, appliquée à cette distance et dans le milieu de sa largeur, maintiendra le plan en repos. Il en serait évidemment de même si la verge, au lieu d'être appliquée longitudinalement en un seul point, était placée en croix sur ce point; tout ce qu'il faut pour l'équilibre étant qu'il y ait une force suffisante appliquée au centre de pression.

270. Nous venons de voir que le centre de pression d'un plan rectangulaire est aux deux tiers de la longueur du plan, à partir de la surface du fluide, quelle que soit son inclinaison; par conséquent il en est ainsi pour le plan devant être vertical.

Ainsi une écluse ou vanne peut être maintenue en place par la pression d'une simple force contre elle (fig. 203), l'extrémité d'une simple verge, par exemple, appliquée aux deux tiers de la profondeur du fluide et dans le milieu de la largeur de la vanne. Si la porte de l'écluse tournait sur un axe horizontal passant par ce point, elle se tiendrait naturellement fermée, malgré la liberté de son mouvement autour de son axe. Si le réservoir contenait trop d'eau, après l'avoir laissée échapper, la porte se refermerait d'elle-même, par la simple pression de l'eau revenue au niveau convenable par rapport à l'axe.

Les traverses et les montans d'une porte d'écluse doivent évidemment se placer, dès-lors, non pas à égales distances du bas et du haut de la porte, mais bien à égales distances dessus et en dessous du centre de pression, qui est aux deux tiers de sa profondeur. Cette disposition est d'une grande utilité dans la pratique; et cependant on semble n'y avoir fait aucune attention.

En principe, les douelles d'une cuve ou d'un tonneau sont retenues par un simple cercle, si ce cercle

é aux deux tiers de la profondeur du fluide contenu. me cela a lieu ordinairement, les extrémités inférieures des douelles sont empêchées de revenir en dedans assistance du fond; le cercle peut être placé quel- en dessous du centre de pression; il sera toujours and il en sera le plus près possible, et il ne doit tre placé en dessus. Si, comme cela a lieu pour une , vaisseau est toujours placé sur une extrémité, les oivent être placés symétriquement par rapport au e pression. Pour un tonneau qui se trouve supporté ar l'un tantôt par l'autre de ses fonds, on peut di- n poids en trois parties et placer les cercles à ces . Si l'on veut plus de cercles, on en placera d'in- ires. Les cercles les plus forts doivent être enfin ré- our les extrémités. Nous avons, dans ce qui précède, que les douelles étaient droites; s'il en est autrement, tats que nous venons de donner sont légèrement

*Valeur totale de la pression supportée par les parois seaux.* — Nous avons vu que la pression d'un fluide sur un plan excessivement petit, de quelque manière it situé, était égale au poids d'une colonne ayant e l'aire de ce plan et pour hauteur la profondeur lle ce plan est immergé (art. 265). Or le volume emblable colonne est égale au produit de sa base hauteur. Il s'ensuit dès-lors que la pression sur un an quelconque P, dont la profondeur est D, est égale ls d'une quantité de fluide dont le volume est repré- ar le produit  $P \times D$ .

on suppose une surface supportant la pression d'un uelle que soit sa forme, composée d'un certain nombre s de ce genre, toute la pression sur la surface sera la somme de tous ces produits, c'est-à-dire à la des produits obtenus en multipliant chaque plan élé- e par sa profondeur, ou plutôt au poids d'un volume le égal à cette somme. Or on fera voir, dans l'ap- , que la somme de ces produits est égale au produit : la surface par la profondeur de son centre de gra- i donc on suppose toute la surface enlevée, et qu'on une colonne ayant cette surface pour sa base, et pour ur celle qui était avant la profondeur du centre de

sont égales, chacune au poids d'une colonne correspondante de la masse  $P''P'''Q''Q'''$ , il s'ensuit que la résultante des pressions est égale à la résultante du poids.

La résultante des pressions sur les différentes parties de la masse, décomposées en directions perpendiculaires  $P''Q''$ , passent donc par le centre de gravité de  $P''P'''Q''Q'''$ .

275. Il y a plusieurs cas où cette considération met à même de déterminer la direction de la résultante horizontale. Ainsi (fig. 205 et 206) si la surface  $PQ$  eût été celle d'un cône, la projection  $P''Q''$  et aussi la section  $P'''Q'''$  eussent été des triangles; et si le sommet  $P$  du cône eût coïncidé avec la surface du fluide, alors la fig.  $P''P'''$  et  $Q''Q'''$  se réduisent elle-même à une pyramide, dont le centre de gravité eût été, à une distance du sommet, égale aux trois quarts de la hauteur de la pyramide.

De même, si la surface  $PQ$  eût été une sphère, la masse  $P''P'''Q''Q'''$  eût pris le galbe d'un cylindre dont la position du centre de gravité se détermine aisément par les règles connues.

On peut donc, dans ces deux cas, déterminer la direction de la résultante des pressions horizontales sur la surface.

Ainsi, lorsqu'un cône creux, ou une sphère creuse, sont plongés dans un fluide, et qu'on veut savoir où l'on peut mettre des pièces en croix dans l'intérieur pour le renforcer, on détermine, comme ci-dessus, la direction des résultantes des pressions horizontales environnantes; et il sera évidemment dans cette direction, ou symétriquement par rapport à elle, que l'on devra placer le croisillon de renfort.

276. Tout ce que nous venons de dire est applicable dans les deux suppositions de la pression du fluide, du dedans ou dehors de  $PQ$ , ou du dehors au dedans. Dans le premier cas le vaisseau contient le fluide; dans le second il y est immergé.

Ainsi, si un vaisseau conique était rempli de fluide, on sait que la résultante des pressions horizontales sur sa base passe par un point distant de son sommet des deux tiers de sa hauteur; et si l'on appliquait deux forces, l'une horizontalement, sur ses côtés opposés, et une force suffisante de bas

is à son sommet, alors, coupant le vaisseau au-des-  
du sommet vers le bas, nous trouverions que les parties  
ieuses n'ont pas été forcées. De même on peut couper  
sphère, pleine de fluide, verticalement par son milieu  
soutenir les hémisphères par le moyen de deux forces  
ontales.

7. Ces principes ont évidemment une grande variété  
lications utiles dans la pratique. Elles guident pour la  
pente des vaisseaux, pour les parties à renforcer des  
da vases destinés à contenir des liquides — par exemple  
les cuves et chaudières des brasseurs, des distillateurs  
our l'établissement des digues, des écluses, etc. De fait,  
est aucune des branches de l'architecture hydraulique  
puisse être traitée en grand et avec sûreté par des gens  
ne soient pas profondément instruits des principes de  
rostatique.

18. Nous avons jusqu'ici supposé le fluide passant sur  
ne partie du solide immergé, ou sur chaque partie du  
qui le contient; et dans cette hypothèse, nous avons  
voir que les pressions horizontales du fluide se détruisent  
e par l'autre.

L'hypothèse qui forme la base de cette conclusion n'a  
rien dans tous les cas : supposons en effet qu'un corps  
creux, et qu'on lui enlève une partie PQ de sa surface  
p. 207), P'Q' étant l'autre partie de la surface qui a  
même projection que PQ. La surface PQ étant enlevée,  
pression sur elle n'aura plus lieu, et la pression hori-  
tale sur P'Q' ne sera plus supportée par aucune pres-  
égale et opposée; elle donnera donc au corps une ten-  
ce à se mouvoir dans la direction P'P; et cette tendance,  
ou moins grande, continuera jusqu'à ce que l'introduc-  
du fluide par l'ouverture PQ ait rempli le vase, ou  
moins jusqu'à ce que le niveau du fluide soit le même  
dedans et en dehors (1). En sorte qu'un vase ayant une

1) Le fluide, pendant toute son introduction, exerce une certaine  
sion sur les bords de l'ouverture; et quand il a atteint intérieu-  
ment le niveau de l'ouverture, il y a une autre pression du fluide  
tant sur le fluide contenu, qui toutes deux tendent à supporter  
pression sur P'Q'; en sorte que nous ne pouvons pas considérer  
enlevant la portion PQ de la surface, nous avons entièrement ôté  
de la pression qu'il supportait précédemment sur la partie enlevée.



taillement, ou par la simple force  
pression inégale de l'eau sur son a  
faisant un trou dans les siphons et p  
pour épuiser.

378. Le raisonnement qui prouve  
vase contenant un fluide, la seule  
la ce du vase, la pression est du de  
que dans l'autre cas, elle était du

Ainsi (Ap. 218), si  $PQ$  et  $P'Q'$   
des parties d'un tel vase ayant la m  
sur un plan vertical donné quelcunp  
possible, que les pressions horizonta  
perpendiculaires au plan donné, sont éga  
sion du fluide sur la projection  $P'Q'$   
directions opposées. Puisqu'elles les  
 $P'Q'$  des parties du vase sont sollicité  
et opposées, elles n'ont pas de tendan  
si chacune des parties du vase est et  
horizontal sur la partie opposée et corr  
seulement, et tendra à la renverser. I  
ainsi, avec plus ou moins de force,  
fluide restera au-dessous du niveau d  
vase se renverse.

379. On peut expérimenter ce fait  
taille percée par une ouverture faite

l'eau par l'avant, et qu'après l'avoir élevée on la laisse s'écouler par l'arrière, le vaisseau serait mu à la fois par l'introduction de l'eau et par son écoulement, à raison que nous avons dit précédemment.

Il y a un très-bon instrument, appelé le moulin de *Ar*, qui fonctionne d'après un principe analogue. *AB* (fig. 210) est un cylindre creux, mobile autour d'un axe horizontal *MN*; *PP'* est un autre cylindre placé à angles droits avec le premier et communiquant intérieurement avec lui. Des extrémités qui sont fermées, il y a deux ouvertures faites dans les parois de ce cylindre horizontal, en sens opposés. Celle en *P* est supposée en face du lecteur, et celle en *P'* du côté opposé.

Supposons maintenant que le tout soit rempli de fluide à une certaine hauteur dans le tube vertical, les ouvertures *P* et *P'* étant toutes deux fermées. La pression horizontale sur chaque partie du cylindre horizontal *PP'* sera alors, comme dans l'article précédent, supportée par une pression égale et correspondante sur la partie opposée; le cylindre n'aura aucune tendance de mouvement provenant de la pression du fluide sur ses parois. Mais si l'une des ouvertures, *P*, n'est pas d'être fermée, la pression sur cette partie de la surface qui est enlevée pour déboucher l'ouverture, sera écartée et la pression sur la partie opposée n'étant plus soutenue, le cylindre tendra à se mouvoir dans la direction de cette pression, c'est-à-dire à tourner autour de son axe. Étant libre de se mouvoir autour de cet axe, il continuera à tourner dans une direction opposée à l'écoulement du fluide long-temps qu'il restera du fluide dans les cylindres. L'autre ouverture est débouchée en même temps, il est évident que, d'après le même principe, elle tendra à faire tourner l'autre branche du cylindre horizontal, en sens opposé, ou bien tout le cylindre dans le sens de la première révolution. Alors une impulsion puissante et rapide sera donnée à la machine, qui peut avoir, comme moteur, une foule d'applications variées.

Cette machine est certainement, de toutes celles connues, celle qui donne l'effet le plus positif avec une quantité limitée d'eau et une chute d'eau pour le travail d'un même fluide. Non-seulement elle applique la pression de l'eau profitant de toute sa hauteur, mais encore avec le plus

grand avantage possible; car en allongeant la br  
zontale PP', la pression peut agir à la distanc  
l'axe de mouvement; c'est-à-dire que le bal  
pression peut s'accroître tant qu'on veut. Il y a  
autre avantage dans cette application de la force  
d'eau provenant de la force centrifuge produite da  
dre horizontal, par sa révolution, qui tend beauc  
manière presque illimitée, à accroître sa pressio  
parois du cylindre, et par conséquent à augmen  
tion. En sorte qu'en allongeant les branches horiz  
seulement il y a plus de force sans contre-poids,  
vement de pression est accru, mais encore la p  
même est augmentée.

C'est un fait très-remarquable, et qui n'est pas pour ceux qui s'intéressent aux travaux de l'hydraulique, que cette admirable machine, qui n'est qu'une invention moderne, n'ait jamais, à ce qu'il s'agit, même une exécution d'essai. Cet essai, d'ailleurs, fait que sur une très-grande échelle et sous la direction d'un ingénieur très-versé dans la théorie de l'hydraulique, il n'y a guère de doute qu'un essai ainsi dirigé conduira à la démonstration faite, toujours mis en avant par les juges les plus compétents de la théorie de cette machine, qu'elle est infiniment supérieure à toute autre pour appliquer la force motrice de l'eau à faire tourner un mécanisme.

281. Il importe peu que la pression d'un fluide d'un vaisseau qui le contient soit produite par le poids ou par toute autre cause; tant que toute la surface du vaisseau supporte cette pression, elle n'a aucune tendance à lui imprimer du mouvement; mais si sur quelque partie cesse, en enlevant cette partie du vaisseau, alors la pression sur la paroi opposée, plus de contre-poids, il en résulte une tendance à se mouvoir.

Si donc on prend un vaisseau contenant un fluide qui tend à s'épandre lui-même (1), et qui par conséquent tend à pousser toute la paroi du vaisseau, tant que le vaisseau est fermé de toutes parts, la pression du fluide n'a aucun effet sur la

(1) Les fluides qui possèdent cette propriété sont d  
Il y en a une grande variété; l'air que nous respirons

faire se mouvoir, parce qu'elle est contre-balancée de ses parts. Mais si l'on y pratique, en un endroit quelconque une ouverture, la pression n'aura plus de contre-poids, s'ensuivra un mouvement dans la direction de cette pression.

Ainsi, qu'une ouverture soit faite à la partie *inférieure* du vaisseau, et il tendra à monter. Si l'élasticité du fluide contenu est suffisamment grande pour produire la pression sensible, le *poids* du vaisseau et de son contenu sera soulevé, et le tout montera tant que cette pression sur l'intérieur du vaisseau continuera. C'est d'après ce principe qu'a lieu l'explosion des fusées volantes.

Le combustible est contenu dans un cylindre creux, ordinairement en carton, et qui n'est qu'en partie clos à son extrémité A, où la fusée est étranglée. Cet étranglement est rendu sûr assuré par une baguette qui l'empêche de fermer entièrement le col de la fusée. Quand la cartouche est sèche, on la force sur un moule, au fond duquel est fixée *verticalement* une baguette de métal P Q, dont les dimensions sont proportionnées à celles de la fusée et qui entre par le col de l'étranglement, en le rectifiant et donnant les proportions convenables au trou bien dans l'axe du cylindre. Le combustible est alors introduit et entassé de manière à former un tout solide. Au sommet de la fusée se placent les matières explosives qui doivent partir quand le vol de la fusée est complet; mais étant renfermé dans le cône B, on retire la fusée du moule, et il reste à son centre un espace creux P Q, précisément des dimensions de la baguette qui a passé dans le col de l'étranglement. On attache alors à la fusée la baguette de bois qui doit la maintenir dans une position droite, et qui est assez longue pour que le centre de gravité soit aussi bas que possible et donner dès-lors le plus de *stabilité* possible

(295) à cette position droite de la fusée. En mettant le doigt à l'ouverture P, toute la surface intérieure du cylindre creux P Q s'enflamme; il se produit une très-grande quantité de gaz très-élastique, et il en résulte une pression puissante sur tout l'espace inoccupé dans l'intérieur de la fusée. Si l'ouverture P était fermée, cette pression n'aurait aucun effet de mouvement sur la fusée, la pression sur la paroi intérieure étant de toutes parts contre-balancée par des pressions égales et opposées; mais à raison de l'ouverture, la pression sur Q n'a plus aucun contre-poids autre que le

de la fusée et de sa baguette. Si les dimensions ont donc été données à la fusée, et que la force suffisante, la pression sera suffisante pour ce poids, et la fusée montera. Les poids des fusées à la congrève sont considérables. C'est une propriété caractéristique de la fusée, de porter avec violence. Un boulet reçoit son impulsion de la pression du gaz engendré par l'inflammation du poudre. La force impulsive ainsi communiquée peut surmonter un obstacle suffisant; et cette force une fois épuisée, le boulet se meut sans force. Il n'en est pas ainsi d'une fusée. La pression est suffisante pour détruire son mouvement, mais au moment, le principe du mouvement subsiste en elle; elle prend alors une nouvelle direction et une nouvelle formidable. Une balle en passant dans un trou perd une partie de sa force, et la balle morte est arrêtée; tandis que la fusée prend sans cesse une nouvelle impulsion. On sait que des fusées congrèves ont traversé des rangs de soldats. C'est d'après ce même principe de pression sans cesse renouvelée par l'inflammation de la poudre, que les artificiers font tourner sur des axes, etc., etc.

(1) J'ai fait justice depuis long-temps (1814 et 1816) des fausses notions anglaises, des prodigieux effets de leurs fusées et de leurs bombes. On trouvera dans le *Manuel de l'Artificier*, qui fait partie de ma collection, une appréciation rigoureuse des effets de la poudre, et de ceux du boulet, de la bombe et de l'obus.

## CHAPITRE IV.

*Le poids d'un corps flottant est égal à celui du fluide qu'il déplace. — 284. Son centre de gravité et celui de la partie immergée sont dans la même verticale. — 290. Équilibre d'un prisme triangulaire. — 291. D'une pyramide. — 292. Stabilité des corps flottans ; équilibre stable, non stable, et mixte. — 296. Analogie remarquable entre les conditions de l'équilibre d'un corps flottant et celles d'un corps porté par un plan poli.*

*i. Conditions d'équilibre et stabilité des corps flottans.* Nous avons vu, dans le Chapitre précédent, que la pression horizontale d'un fluide, quand il est en repos, ne procure aucune tendance à un mouvement quelconque du corps qu'il trouve immergé, ou du vaisseau qui le contient. Nous allons voir maintenant, 1<sup>o</sup> que la pression verticale d'un fluide sur un corps immergé partiellement ou en totalité, a pour effet d'élever le corps avec une force égale au poids d'un volume de fluide dont le volume est égal à celui de la portion du corps immergée; ou bien, en d'autres termes, que la force est égale au poids du fluide déplacé; 2<sup>o</sup> que la ligne d'action de l'excès de la pression vers le haut sur celle vers le bas d'un fluide sur un corps, passe par le centre de gravité de la partie immergée.

Pour la première de ces propositions, il suffit de renvoyer le lecteur à l'art. 272. On y voit que la pression verticale sur une portion quelconque de la surface d'un corps immergé dans un fluide, est égale au poids de la colonne du fluide directement survenant contre cette portion de surface et qui s'étend à la surface du fluide; de plus, qu'il en est ainsi de toute part que soit située la surface; en sorte que la pression sur la surface  $PQ$  (fig. 212) est le poids de la colonne  $Q''Q$ ; et la pression sur  $P'Q'$  qui a la même projection  $P''Q''$ , le poids de la colonne  $P'P''Q'Q''$ .

Or cela est vrai, quelque grandeur qu'aient les surfaces  $PQ$  et  $P'Q'$ ; donc, en les accroissant de manière qu'elles coïncident avec  $MPQN$  et  $MP'Q'N'$ , il s'ensuit que la pression sur la première est égale au poids de la colonne  $MM'N'N'$ , et celle sur la seconde, au poids de la colonne  $MP'Q'N'N'$ .

Mais la différence des poids des deux colonnes est évidemment le poids d'une masse de fluide égale à tout le solide immergé; et la différence de ces poids est aussi la différence des pressions du fluide sur les surfaces  $MPQN$  et  $MP'Q'N'$ , dont la première est vers le bas, et la dernière vers le haut. Il s'ensuit dès-lors que la pression vers le haut du fluide sur la surface d'un corps immergé, excède la pression vers le bas du poids de la quantité du fluide des dimensions que le corps. Cette pression vers le haut à supporter son poids, et l'on dit techniquement que le corps perd une partie de son poids égale à la quantité du fluide déplacé.

D'ailleurs, non-seulement ceci est vrai quand le corps est totalement immergé, mais encore lorsqu'il ne l'est que partiellement. Il est évident en effet que si la surface du corps est  $M'N'$ , au lieu d'être totalement au-dessus du corps, on coupe de manière à en laisser une partie en dessous du corps, les poids des colonnes  $M'N'N'$  et  $M'N'P'Q'$  égalent encore les pressions vers le haut et vers le bas sur le corps, et leur différence égalera encore le poids de la quantité de fluide que le corps aura déplacé; en sorte que dans tous les cas, l'excès de la pression vers le haut sur la pression vers le bas d'un fluide sur un corps totalement ou partiellement immergé, est égale au poids du fluide déplacé.

284. La seconde proposition suit encore de la considération que l'excès de la pression en  $PQ$  sur celle en  $P'Q'$  est égal au poids de la colonne  $PP'Q'Q$ , et qu'il en est de même pour les autres élémens correspondans de la surface. Par conséquent, la résultante de tous ces excès de pression, ou, si l'on veut, de tout l'excès de pression, doit être égale au poids de toutes les colonnes qui composent le fluide; laquelle résultante passe évidemment par le centre de gravité de toute la masse, si elle est

gée, ou de la partie immergée, si elle ne l'est  
ent.

pression *effective* du fluide vers le haut, ou  
pression vers le haut sur la pression vers le  
jours par le centre de gravité de la partie im-  
orps. Or le poids du corps immergé tend à  
te pression du fluide vers le haut, et doit être  
oit exactement en équilibre avec lui. Les deux  
ivantes sont évidemment nécessaires pour cet

poids du corps soit égal à la pression du fluide  
ou bien, en d'autres termes, qu'elle soit égale  
fluide qu'il déplace.

résultante de la pression vers le haut soit dans  
opposée à la résultante du poids du corps;  
d'autres termes, que la verticale du centre de  
partie immergée du corps passe aussi par le  
vité du corps lui-même.

deux conditions sont remplies, le corps im-  
en équilibre, et il est dit *flottant*.

ernière condition est *nécessairement* satisfaite,  
oit la forme du corps, pourvu seulement qu'il  
et immergé; car dans ce cas le centre de gravité  
immergée est le centre de gravité de tout le  
sultante de la pression vers le haut agit donc  
nt dans une direction opposée à celle du poids,  
agit vers le haut, et l'autre vers le bas; toutes  
t sur un même point, le centre de gravité de

corps est totalement immergé, la pression du  
it produire en lui aucune tendance à un mou-  
station; le corps peut s'enfoncer dans le fluide,  
remonter; mais il ne tournera pas sur lui-

rs il remonte jusqu'à la surface, et qu'une partie  
sorte, puisque le centre de gravité du corps  
sa partie immergée ne coïncident plus nécessai-  
*peut*, et suivant toute probabilité il *arrivera*  
verticale du premier centre de gravité ne passe  
seconde: ainsi la seconde condition d'équilibre ne



un peu d'air; les qui se  
le sera.

On voit de-là que pendant  
cela, un poids quelconque est  
porté au-dessus de la pesanteur  
de l'air, pendant l'immersion; &  
ainsi pourra être levé. U

On principe expliquant un pr  
sont les-appeant des la p  
l'immersion.

26. Si un corps a deux mil  
un poids est tel qu'il égale exacte  
volume de l'eau, il flottera, qu  
qu'il aye. Si un poids est plu  
quel volume de l'eau, il coulera à  
il s'enfonce, et une partie sortira  
immergé; il déplacera un volume de  
eau; le corps surnagera en même  
manière à maintenir sa position à  
équilibre; c'est-à-dire de manière  
entre de gravité du corps passe p  
eau.

On voit de-là que tout corps d  
qui est d'un égal volume de l'  
et attaché à lui-même, trouver  
la surface de l'eau, une position  
appelée position d'équilibre.

27. Si la matière dont la mass  
suffit, de manière à prendre la f  
la surface extérieure aura des dime  
sions assez grandes, alors on voit  
peut flotter, quelque pesante qu'e  
le placer en un vaisseau dont l  
est déplacé nécessairement, avat  
de son intérieur, en s'immerge  
le poids soit plus considérab  
l'effort sera donc contre-ba  
l'effort des barques cons  
un vaisseau de pierre  
toutes les formes q  
elle dont la solidité

la moindre ; en d'autres termes , si l'on veut donner forme à un corps d'un certain volume connu , de manière à ce qu'il ait la moindre surface qu'il puisse avoir , ce volume , il faut faire une sphère . Or si l'on veut faire un corps flottant qui soit capable de supporter précisément un poids donné , on sait qu'on doit le faire de manière à ce qu'il déplace une quantité de fluide dont le poids soit égal au poids donné ; et aussi que cette quantité de fluide déplacé soit égale au solide contenu par le corps . Le solide contenu dans un corps flottant est donné , par conséquent , dans ce cas ; il suffit que si l'on veut former un semblable corps , avec la même surface exposée à l'action du fluide , il faut faire une sphère .

2. La seconde condition de l'équilibre d'un corps flottant , « que son centre de gravité et celui de la partie immergée soient dans une même verticale , » est nécessairement satisfaite , quoiqu'il y ait une grande partie du corps immergée , pourvu qu'il soit symétrique par rapport à une certaine ligne et immergé avec cette ligne dans une même verticale . En effet , étant immergé ainsi , sa partie immergée sera symétrique autour de l'axe dont nous avons parlé , aussi bien que pour tout le corps . Or ( art. 61 ) le centre de gravité d'un corps symétrique autour d'une ligne ou axe , est nécessairement dans cette ligne ou axe . Il suit dès-lors que le centre de gravité du corps , et de sa partie immergée , sont tous les deux dans l'axe dont nous avons parlé , et par conséquent dans la même verticale tous les deux .

Ainsi un cylindre immergé avec son axe vertical aura la seconde condition d'équilibre satisfaite , à quelque profondeur qu'il soit enfoncé , puisque le centre de gravité de sa partie immergée ( étant celui d'une portion du cylindre coupée par une section transversale ou perpendiculaire à l'axe ) , est aussi lui-même dans l'axe du cylindre . Dès-lors , aussi , une sphère étant immergée dans un fluide , la condition d'équilibre sera satisfaite , à quelque profondeur et dans quelque position que la sphère soit immergée , pourvu qu'une sphère est symétrique autour d'un diamètre quelconque , et que , dans quelque position qu'elle soit immergée , l'un de ses diamètres doit être vertical . Pour un corps prismatique , c'est-à-dire ayant ses côtés droits et tel que toutes

les sections transversales, faites perpendiculairement à ces côtés, soient semblables et égales, il est évident qu'une certaine ligne parallèle à ces côtés, dans laquelle se trouvent les centres de gravité de toutes les parties qu'on enlève par des sections du genre de celles dont on a parlé. Alors, pourvu que le corps soit immergé dans une ligne ou axe vertical, le centre de gravité de la partie immergée s'y trouvera toujours ainsi que le centre de gravité du corps lui-même, à quelque profondeur qu'il soit plongé. Le centre de gravité du corps prismatique (fig. 213), et celui d'une portion *quelconque* qui en est enlevée *en travers*, ou dans une direction perpendiculaire à ses côtés, sera évidemment dans la ligne  $OX$  qui est parallèle à ses côtés. Si donc le corps est immergé dans une ligne, ou avec ses côtés, verticalement, la seconde condition d'équilibre sera satisfaite.

Si d'ailleurs, au lieu d'un corps s'immergeant verticalement, on l'immerge obliquement avec ses côtés, plus ainsi, et il faudra recourir aux *conditions générales d'équilibre et de stabilité des corps flottans*. Mais avant de discuter, examinons deux cas qui nous serviront à éclaircir les principes que nous venons d'établir.

290. Avant tout, imaginons un corps solide, en forme de coin triangulaire (fig. 214), immergé dans un fluide. Un de ses angles en bas. Il est évident que les conditions d'équilibre de ce corps seront précisément les mêmes que celles d'une tranche étroite de ce corps.

Soit  $ABC$  (fig. 215) une de ces sections, et  $G$  son centre de gravité. Ce point est évidemment dans la ligne  $CD$  joignant le point  $C$  avec le milieu  $D$  de la base  $AB$ . La distance  $CG$  étant égale aux deux tiers de  $CD$ . Si le triangle est immergé de manière que  $AB$  puisse être horizontal, et soit  $PCQ$  sa partie immergée; le plan  $PQ$  appelé *plan de flottaison*. Puisque  $PQ$  est parallèle à  $AB$ , il coupe  $CD$  en deux parties égales au point  $d$ , bien que  $AB$  en  $D$ . Il s'ensuit dès-lors que le centre de gravité du triangle  $PCQ$  est en  $Cd$ , en un point  $g$ , à des deux tiers de  $Cd$ .

Puisqu'alors les points  $G$  et  $g$  sont tous deux sur la ligne  $CD$ , et que ce sont les centres de gravité

mergée; il est nécessaire à l'équilibre, pour l'équilibre, que la ligne  $CD$  soit elle-même verticale. Si  $CD$  est horizontale par hypothèse,  $CD$  doit donc être perpendiculaire à  $AB$ . Mais puisque  $CD$  coupe  $AB$  en son milieu, elle ne peut lui devenir perpendiculaire que le triangle est isocèle ou équilatéral, ayant  $CA$  et  $CB$  égaux. On voit donc que dans toute position d'un triangle, il ne peut rester en repos avec sa base horizontale.

Le triangle  $ABC$  (Fig. 216) représente un triangle immergé dans une position quelconque donnée, partie immergée. Coupons en deux parties  $D$  et  $PQ$  en  $d$ ; joignons  $CD$  et  $Cd$ ; prenons les deux tiers de  $CD$ , et  $Cg$  égale aux deux tiers de  $CD$ .  $G$  et  $g$  sont les centres de gravité du triangle entier et de la partie immergée. Joignons  $Cg$ , et il faudra alors, pour l'équilibre, que la ligne  $Cg$  soit verticale, c'est-à-dire perpendiculaire à  $PQ$ , qui, étant une surface du fluide, est nécessairement horizontale. C'est la condition d'équilibre. La première est que le triangle ne soit pas déplacé par la partie immergée  $PCQ$ , soit le tout le triangle. Ces deux conditions suffisent à déterminer géométriquement la position du triangle.

217) Soit le cas d'une pyramide immergée dans un fluide. Soit  $G$  le centre de gravité de la pyramide, et  $g$  le centre de gravité de sa base; joignons  $AG$  égale aux trois quarts de  $AE$ ;  $E$  est le centre de gravité de la pyramide. Soit  $APQR$  la partie immergée, et  $e$  le centre de gravité de sa base. Joignons  $Ag$  égale aux trois quarts de  $Ae$ ;  $e$  est le centre de gravité de la partie immergée. Il est nécessaire à l'équilibre que  $G$  et  $g$  soient dans une même verticale. On joint  $G$  et  $g$  par la droite  $Gg$ , cette ligne sera verticale quand le corps est dans une position d'équilibre. Le plan  $APQR$  est horizontal, car c'est le plan de la base de la pyramide. Il doit donc être perpendiculaire à  $PRQ$ . Cette condition est la première condition d'équilibre, que le triangle ne soit pas déplacé par  $APQ$  soit égal à tout le poids de la pyramide. C'est suffisant pour déterminer géométriquement la position de la pyramide.

202. *Stabilité des corps flottans.* — Soit AB (fig. 218, 219) un corps partiellement immergé dans un fluide. Soit son centre de gravité, et  $g$  le centre de gravité de la partie immergée. Supposons que le corps tourne continuellement autour de son centre de gravité  $G$ , dans la direction indiquée par la flèche courbe; et qu'il soit en même temps mu vers le haut et vers le bas, suivant la verticale  $KL$  qui passe par  $G$ , de manière à ce qu'il satisfasse, dans toutes ses positions, à la première condition d'équilibre, que son poids soit égal à celui du fluide qu'il déplace. Supposons en outre que cette révolution ait commencé quand le corps était dans la position d'équilibre, et quand le point  $g$  était par conséquent dans la verticale  $KL$ .

Quand le corps commence à sortir de cette position, le point  $g$  se mouvra hors de la verticale. Or si, comme dans la fig. 218, son mouvement a sa direction vers celle dans laquelle le corps tourne, il est clair qu'il y a dans le corps une tendance à continuer sa révolution dans la direction dans laquelle on l'a déjà fait tourner, c'est-à-dire, à partir de la position d'équilibre : en effet tout le poids du corps peut être supposé agir vers le bas en  $G$ , et toute la pression du fluide vers le haut en  $g$ ; ce sont les seules forces qui agissent sur le corps. Or, soumis à l'action de ces deux forces, le corps continuera à tourner dans la direction vers laquelle il a commencé à tourner : c'est-à-dire, à partir de sa position d'équilibre, qui n'est par conséquent qu'un équilibre instable.

Supposons maintenant que la révolution du corps se fasse dans la même direction qu'avant. Le point  $g$  continuera pendant un certain temps à sortir de la verticale, dans la direction de la révolution; la plus grande partie de ce corps trouve immergé étant de ce côté de la verticale; mais par suite elle commencera à se changer en la moindre partie de l'autre côté de la verticale; les parties  $LRQ$  et  $LRP$  (1) commenceront à se rapprocher de l'égalité, et le point  $g$  s'approchera de nouveau de la verticale, décrivant une courbe indiquée

1. Cette Courbe se comprendra peut-être mieux à l'aide de la fig. 220, où l'on voit un corps dans l'une de ses positions obliques. La position la plus verticale, dépend évidemment des grandeurs des parties  $LRP$  et  $LRQ$ ; il est nécessaire que le point  $g$  soit plus grand et le plus distant de ces parties.

Enfin  $g$  se retrouvera dans la verticale, et le centre de gravité du corps étant dans la même verticale, la condition d'équilibre se trouvera satisfaite de nouveau. Cette condition est aussi supposée remplie dans une autre position du corps. Nous avons donc une seconde position d'équilibre. Maintenant laissons la révolution du corps dans cette même direction. Le point  $g$  alors sort de la verticale, en continuant à se mouvoir dans la direction dans laquelle il se mouvait en *dernier lieu*, ou il se trouve s'éloignant de nouveau de la verticale comme auparavant. S'il croise la verticale, il se trouvera du même côté de celle-ci vers lequel se meut le corps (*fig. 219*); si nous considérons que le poids du corps et la réaction du point fixe agissent comme s'ils étaient dans la même direction,  $g$ , on s'apercevra que leur tendance *actuelle* au corps un mouvement contraire à la direction dans laquelle il se meut, ou *vers* sa dernière position d'équilibre; par conséquent ici l'équilibre est *stable*. Mais si, contre notre seconde hypothèse, le point  $g$  ne *croise pas* la verticale, la courbe décrite par ce point ne la coupant plus, la tendance du corps sera encore pour lui dans la même direction dans laquelle il a déjà tourné. Si nous nous éloignons de cette position faiblement en *arbitrairement*, nous commencerons à tendre à se mouvoir dans la même direction, c'est-à-dire *opposée* à son *dernier* mouvement. Dans ces circonstances donc, la position d'équilibre a des propriétés remarquables, qu'elle se meut hors de la verticale dans une direction, et qu'elle tend à s'en éloigner; qu'elle se meut dans une autre, et qu'elle tend à y retourner. Cette position dans ce cas est dite d'équilibre mixte. La position qui précède, qu'en tournant le corps continue dans une direction donnée, et faisant qu'à chaque position satisfasse à la première condition d'équilibre, on dit que si l'on n'intervient aucune position d'équilibre, les positions seront alternativement *stables* et *instables*. Si d'alternative des positions arrive aussi, en positions d'équilibre mixte, s'il y a lieu.

Il est clair d'après ce qui précède, et l'on voit à la vue même des figures, que le caractère de stabilité de la position d'équilibre est déterminé par la direction du mouvement du corps.

peut construire un vaisseau de manière à ce  
à ces conditions.

Avant que ces principes ne fussent connus  
teurs, il arrivait souvent que des vaisseaux  
vaient d'un équilibre instable, excepté peut  
étaient assez pesamment chargés pour amen  
la plus grande profondeur. D'autres, quoiqu  
parût stable avec le petit mouvement auquel  
exposés dans le port, arrivaient ensuite à  
n'avaient d'équilibre stable que d'un côté, q  
y couchait. D'autres se renversaient entière  
maintenant a mis les marins à l'abri de c  
secret du métacentre ne pouvait jamais être  
par les investigations de la science, et non  
ou l'observation.

296. Il est une autre vue qui n'est pa  
connue, et sous laquelle on peut envisager  
portante des corps flottans; elle est, en que  
velle, et conduit directement à des résultats  
valeur-pratique; nous allons l'exposer à nos

Imaginons un nombre infini de plans, dé  
égal volume de la masse  $AB$  (fig. 221). Pr  
de gravité de toutes ces sections, et suppos  
nombre infini, soient dans une certaine surfac  
l'un de ces plans; alors si la portion  $PBQ$   
mergée, la première condition d'équilibre se

Soit  $g$  le centre de gravité de  $PBQ$ ,  $g$   
surface  $GG'$ . On peut voir aussi, comme  
dans l'appendice, que le plan tangent à la  
parallèle au plan  $PQ$ . Or  $PQ$  est le plan de  
la portion  $PBQ$  du corps est immergée;  $P$   
rizontal, et la tangente à la surface  $GG'$  es  
tale. Or la pression du fluide agissant en  
haut est *verticale*. Elle est donc *perpendicul*  
 $GG'$  en  $g$ . Son effet est donc précisément le  
surface  $GG'$  reposait sur un plan uni, parfa  
tal en  $g$ . Il en est de même pour chacune des  
du corps et pour chaque autre point de la  
Il en est de même de ses positions, l'effet des for  
est le même que si tout son poids  
ité, et qu'il reposât v

par l'intervention de la surface  $G G'$ . Les conditions de l'équilibre et de stabilité du corps flottant se réduisent alors mêmes à celles d'un corps solide reposant sur un plan horizontal par une surface  $G G'$ ; il s'ensuit qu'il y a autant de positions d'équilibre que l'on peut mener de perpendiculaires du centre de gravité du corps à sa surface. Elles sont *stables* ou *instables* (art. 222), suivant que le centre de gravité du corps est, dans ces positions, en dessous ou en dessus du centre de courbure de la surface  $G G'$ , au point de la surface où le centre de gravité de la partie immergée se trouve alors. Ce centre de courbure de  $G G'$  est le méta-

centre, que le plan de flottaison  $P Q$  est parallèle à la tangente à la surface  $G G'$  en  $g$ ; et cela est vrai pour tout autre plan de flottaison et toute position correspondante de  $g$ ; il est clair que la surface qui est touchée par tous les plans de flottaison, est tangente à la surface  $G G'$ , et n'en diffère que par la courbure. On comprend aisément dès-lors comment la position du centre de courbure en un point quelconque  $g$  de la surface dépendante de la forme et des dimensions du plan de flottaison.



## CHAPITRE V.

*Gravité ou pesanteur spécifique.* — 298. *Unité de pesanteur spécifique.* — 299. *Règle générale pour la déterminer.* — 300. *Méthode pour trouver les pesanteurs spécifiques des corps solides.* — 303. *Balance hydrostatique.* — 304. *Méthode pour trouver la pesanteur spécifique des fluides.* — 305. *Hydromètre.* — 306. *Hydromètre de Sike.* — 307. *Aéromètre.* — 308. *Hydromètre de Fahrenheit;* — 309. *Table de pesanteurs spécifiques.*

*Pesanteur spécifique.* — Celle force qui existe dans une matière et qui s'y trouve fixée éternellement et inséparablement, sous le nom de gravité ou poids, n'y est pas



Nous renfermerons donc dans sa première acception le poids ou gravité; et quand nous parlerons du poids ou la gravité d'un corps ou d'une substance, nous en donnerons le nombre des unités de poids contenus dans ce corps ou dans cette substance.

2. Quant à la *seconde* acception, celle dans laquelle il s'agit du poids d'un volume donné, ou d'une portion de substance, nous la préciserons par le terme de *gravité spécifique*, ou *pesanteur spécifique*. La pesanteur spécifique d'une substance est par conséquent le nombre d'unités de poids contenus dans un *certain volume connu*, ou dans une *certaine masse de cette substance*; lequel *volume* ou *masse* pris ordinairement pour une unité de tout le volume ou la masse.

Les unités de poids employés dans le mesurage de la *pesanteur spécifique* d'un corps ne sont pas les mêmes que celles employées pour déterminer son poids ordinaire. Ainsi l'on ne peut pas dire que la pesanteur spécifique d'un corps est de 8,900 kilogrammes par mètre cube, désignant par ce chiffre, un kilogramme, le poids d'une certaine quantité d'eau déterminée, ainsi que nous l'avons expliqué (art. 12). Mais pour mesurer la pesanteur spécifique d'un corps, on doit toujours prendre pour unité de poids, le poids d'une quantité d'eau de même volume que l'unité de volume du corps, lequel que puisse être cette unité. Si donc le volume est mesuré en centimètres cubes, l'unité de poids employée dans la détermination de sa pesanteur spécifique est le poids d'un centimètre cube d'eau. La pesanteur spécifique d'un corps est, de fait, rien autre chose que le nombre des centimètres cubes d'eau égaux en poids à l'un de ses centimètres cubes. Si le corps est mesuré en mètres cubes, sa pesanteur spécifique est le nombre de mètres cubes d'eau dont le poids est égal à l'un de ses mètres cubes. Ainsi, dans la table des pesanteurs spécifiques, que l'on trouvera à la fin de ce chapitre, le nombre 8,900 donné pour la pesanteur spécifique de cuivre, indique que chaque centimètre cube, ou chaque mètre cube de cuivre, pèse autant que 8,900 centimètres cubes, ou bien que 8,900 mètres cubes d'eau. Sachant ainsi le nombre des centimètres que cube un corps, et connaissant sa pesanteur spécifique, on peut dire combien d'eau il est égal en poids, en multipliant sa pe-

fluide lui-même supporte donc le reste; et sa pression vers le bas est accrue du poids du fluide déplacé. L'équilibre ne peut être maintenu dès-lors qu'en mettant dans le plateau opposé un poids égal à celui du fluide déplacé.

On peut vérifier ce fait très-aisément en plaçant dans le plateau opposé, au lieu du poids  $w$ , un autre vase précisément de même dimension que  $AB$ , et y versant du fluide jusqu'à ce qu'il y ait équilibre. Marquant la hauteur à laquelle le fluide est dans les deux vaisseaux, puis immergeant le corps dans le vase  $AB$  comme précédemment, et ajoutant assez de fluide dans l'autre vase pour que l'équilibre soit conservé, on trouvera que la surface de fluide ainsi versée s'élèvera dans le vase précisément à la même hauteur où l'immersion du solide l'a fait élever dans l'autre. La quantité du fluide déplacé est donc précisément égale à la quantité de fluide dont le poids est égal au poids perdu par l'immersion.

503. La *fig. 223* représente un instrument que l'on appelle la balance hydrostatique.  $EF$  est le fléau, et  $G, H$  les bassins d'une balance dont le point d'appui est un couteau reposant sur un plan d'agate contenu dans une espèce de bride  $mn$ , à travers laquelle passe le fléau, et qui est suspendu par une cordelle sur une poulie  $P$ , au sommet de la colonne verticale  $AB$ ; cette cordelle passe sur une autre poulie en  $Q$ , et sert à élever ou à baisser la bride  $mn$  à volonté.

$ef$  sont deux branches d'un bras fixé dans la colonne  $AB$ . Ce bras reçoit le fléau de la balance quand la bride est suffisamment baissée. Le couteau est ainsi déchargé de la pression du plan d'agate, quand on ne se sert pas de l'instrument.  $C$  et  $D$  sont deux vases placés immédiatement au-dessous des bassins de la balance.  $MN$  est un plateau ou support sur lequel on place les corps  $g$  et  $h$ , immédiatement sous les centres des bassins, auxquels centres sont attachés des fils métalliques  $Gg$  et  $Hh$  passant par les trous du support et ayant leurs extrémités terminées en crochets. En  $Hh$  est suspendue une échelle également divisée; et à l'extrémité de l'échelle un fil métallique qui porte une boule de cuivre d'environ  $\frac{1}{4}$  inch (25 mill.) de diamètre. Le fil  $SK$  est d'une telle épaisseur qu'il peut déplacer de ses inches (25 mill.) une quantité de fluide dans l'instrument dont nous donnons le dessin.

eur était telle que chaque *inch* (25 millim.) du fil dé-  
 $\frac{1}{2}$  *grain* (32 millig.) d'eau.

posons maintenant que le vase C soit rempli d'eau et le-  
 en en équilibre au moyen d'un poids connu, placé dans  
 n G. Soit I un index fixé de manière à correspondre  
 ent avec une division du milieu de l'échelle, marquée  
 t dont les divisions partant de ce zéro vont vers le  
 vers le bas ; cet index s'ajuste par une vis de rappel T.  
 ons que chaque *inch* (25 millim.) soit divisé en cin-  
 parties égales. Alors puisqu'un *inch* (25 millim.) du  
 ce  $\frac{1}{2}$  *grain* (32 millig.), la partie du fil entre deux  
 is déplacera un centième de *grain* (0 millig., 64.)

déterminer la pesanteur spécifique d'une substance,  
 ecessaire, avant tout, de connaître le *poids* de la por-  
 umise à l'examen. On place donc la masse dans le bas-  
 et l'on tient compte des poids connus, placés en H  
 ils lui font presque équilibre. Soient, par exemple, 73  
 ds, le poids de la substance étant un peu au-delà  
 et n'atteignant pas 74, ce qui exige de chercher la  
 intermédiaire.

ison de l'insuffisance des poids dans le bassin H, il  
 a, mais à mesure qu'il monte, il y a *continuellement*  
 du fil SK immergé ; par conséquent il y a moins d'eau  
 e, et la tendance vers le bas du bassin s'*accroît* con-  
 tement, jusqu'à ce qu'enfin l'équilibre s'établisse entre  
 x bassins.

a quantité de fil qui s'élève hors de l'eau est notée  
 ndex ; si donc l'index arrive à la vingt-septième di-  
 par exemple, puisque le fil en s'élevant dans l'espace  
 leux divisions adjacentes diminue la quantité de fluide  
 d'un centième de *grain* (0 millig., 64), en s'élevant  
 me division, il le diminuera des 27 centièmes d'un  
 17 mill., 28).

fluide déplacé étant diminué de ce poids de l'eau, la  
 n vers le bas s'accroît d'autant et devient égale à 73  
 plus 0,27 de *grain* (4743 millig., 78). Mais cette  
 n vers le bas est précisément égale au poids du corps  
 bassin opposé ; ce poids est donc 73 *grains*, 27 (4743  
 , 78).

oids du corps étant ainsi déterminé avec une grande  
 on, suspendons-le maintenant par un crin au crochet g,

*ique industrielle, 1<sup>re</sup> part.*

ôtés du bassin, et que l'index marque  
au lieu de celle 27 qu'il marquait ava  
l'immersion du corps sera 25 grains 1  
c'est donc le poids de la quantité de l  
place; et par ce que nous avons dît pe  
teur spécifique est égale au nombre 7  
18 (art. 301).

Il est nécessaire évidemment que le  
par le moyen de quelque fil très-délié  
tenir compte de la partie du fil immer  
fil  $gW$  est très-délié, tel qu'un crin p  
trop faible pour supporter une masse  
considérables. Pour remédier à cet inco  
pendre avec le corps une bulle de ver  
blement constaté avec soin le poids et  
déplace cette bulle qui aide à supporte  
dès-lors la tension sur le crin. En pro  
nière que précédemment, on s'assu  
composé de la bulle et de la substance  
qu'il perd par l'immersion; si l'on dèd  
de la bulle, et du second le poids du  
on a le poids du corps seul et le poi  
place; divisant alors l'un par l'autre  
cédemment, la pesanteur spécifique

même manière que précédemment, et l'on a de même le poids spécifique du corps.

substance dont on cherche la pesanteur spécifique composée de petites pièces détachées, on suspend un disque métallique au bassin G, et après s'être assuré du poids de ce disque et de l'eau qu'il déplace, on place dessus les petites pièces qui composent la substance, on prend le poids de l'ensemble de ces pièces, le poids de l'eau que cet ensemble déplace, ou *perdu* par l'immersion, et l'on procède dans les cas précédens.

si la substance est soluble dans l'eau, on peut l'enfermer dans une boule de cire, après s'être assuré du poids de la boule et de celui de l'eau qu'elle déplace; on arrive ainsi, toujours de la même manière, à la pesanteur spécifique du corps, en trouvant le poids de la cire de celui du tout, et le poids de l'eau déplacée par la cire de celui de l'eau déplacée par le tout; puis divisant les deux restes l'un par l'autre.

On a trouvé que des substances de même espèce ont la même pesanteur spécifique, quels qu'en soient les échantillons soumis à l'examen 1). Ainsi chaque échantillon d'or pur fondu, placé dans la balance hydrostatique, a une pesanteur spécifique de 19,25, et chaque échantillon de cuivre pur a une pesanteur spécifique de 8,900. Mais si la substance est composée, alors la pesanteur spécifique du composé diffère de celle de l'un et de l'autre des composans; la quantité d'eau que déplace le composé n'étant plus la même que celle qu'ils déplaceraient séparément les mêmes poids de chacun des composans. Il s'ensuit que la balance hydrostatique peut servir à constater qu'une substance est alliée, pourvu qu'on connaisse sa pesanteur spécifique à l'état de pureté. C'est un des modes les plus utiles pour reconnaître si les métaux sont de l'alliage, ou s'ils sont purs; et l'on peut établir ainsi assez exactement la quantité de l'al-

lorsque le monde connaît l'histoire de Hiéron, roi de Syracuse, qui, s'étant fait faire une couronne d'or dans laquelle il soupçonnait que l'ouvrier avait introduit quelque alliage,

cette règle est générale pour la plupart des corps, dans les mêmes circonstances d'une même température.



oir rempli d'eau distillée. Le poids de cette eau sera dès-lors connu. Remplissons-le de nouveau dont on veut déterminer la pesanteur spécifique ; nous-le ainsi rempli. Le poids de la quantité de ce l contient sera dès-lors connu.

avons donc quel poids de l'eau distillée contient le quel poids de ce fluide ; c'est-à-dire que nous connaissons les poids de *volumes égaux* d'eau et du fluide ; d'où l'on tire ces deux poids l'un par l'autre, nous aurons la pesanteur spécifique du fluide (art. 301).

Il y a un instrument appelé *hydromètre*, qui s'applique d'une manière plus simple encore et plus facile à la mesure de la pesanteur spécifique des fluides.

*Hydromètre*. — On peut expliquer ainsi qu'il suit le principe de cet instrument. Un corps, quand il se maintient dans un fluide, déplace une quantité de ce fluide prépondérante à son *propre poids*. Si donc le même corps est immergé dans tant de différens fluides, les quantités de ces fluides déplacées, en s'y maintenant flottant, dépendront de leurs pesanteurs spécifiques. Il doit donc déplacer plus de fluide *plus léger* pour y flotter, que du fluide le *plus pesant* ; c'est-à-dire qu'il plonge plus profondément dans le fluide le plus pesant.

On peut donc à chaque fluide de pesanteur spécifique différente, donner une profondeur différente de l'immersion du même corps. Les pesanteurs spécifiques correspondantes aux divers degrés d'immersion peuvent être aisément calculées par les tables que le genre de cet ouvrage ne comporte pas d'expliquer ici, mais que l'on trouvera dans l'ap-

pendice un certain nombre des différentes profondeurs d'immersion réduites en divisions sur le côté du corps, avec la pesanteur spécifique correspondante à chaque, déterminée par une table annexée à la division, ou enregistrée dans une table qui l'accompagne ; on peut, en plaçant le corps dans un fluide quelconque, et observant à quelle division il se maintient dans son immersion, déterminer exactement la pesanteur spécifique du fluide.

*Hydromètre de Sike*. qu'un acte du parlement ordonne d'employer pour l'impôt établi sur les spiritueux, est un instrument de ce genre (fig. 224). A est une sphère

creuse en bronze, et aux extrémités d'un même diamètre de cette sphère, sont fixés, dans son prolongement, deux systèmes F B et C D; le premier, de forme conique, ayant sa pointe à son extrémité supérieure vers la sphère, et long d'un *inch* et  $\frac{1}{8}$  (32 millim.), se termine en boule que l'on charge de manière à la rendre plus pesante que toute autre partie de l'instrument. Le but de ce lest est d'amener le centre de gravité de l'instrument aussi bas que possible, afin de l'éloigner le plus possible en dessous de son métacentre (art. 295), et que l'instrument puisse avoir la plus grande stabilité possible. La sphère A a pour objet de déplacer une assez grande quantité de fluide pour que, dans le fluide le plus léger, le poids du fluide déplacé, lors de l'immersion totale de l'instrument, soit égale au moins à son poids; le fluide, dans ce cas, affleurant exactement le haut C de la tige graduée C D. Cette tige est de bronze aussi, très-exactement calibrée tant à l'intérieur qu'à l'extérieur, et de 3 à 4 *inches* (75 à 100 millim.) de longueur.

On la divise de deux côtés en onze parties égales que l'on subdivise en deux également.

L'instrument est plongé dans le fluide dont on veut déterminer la pesanteur spécifique, jusqu'à ce qu'il soit mouillé d'abord jusqu'au plus haut degré de l'échelle, et qu'il se maintienne ensuite en équilibre. La division de l'échelle qui marque l'intersection de la surface du fluide est alors notée, et l'on trouve, dans la table, la pesanteur spécifique correspondante à cette division. Une correction est nécessaire, pour la température, et elle se trouve indiquée également dans les observations sur l'emploi des tables.

Huit poids circulaires, dont un est représenté en E, se accompagnent l'instrument. Une coulisse y est pratiquée et se termine par une ouverture circulaire; à l'aide de cette coulisse on fixe le poids sur la tige C D que l'on en coiffe, sans que le poids puisse glisser, parce que la tige s'élargit à partir du col où s'adapte le poids.

L'emploi de ces poids a pour but d'adapter l'instrument aux fluides dont la pesanteur spécifique serait trop grande pour qu'il plongeât jusqu'au niveau de sa plus basse division, ou qu'il y plonge étant ainsi chargé. Enfin un grand nombre de pesanteurs spécifiques est nécessaire pour les observations spirituelles de l'instrument.



sensibilité de l'hydromètre est la variation de profondeur de son immersion que chaque différence de pesanteur du fluide produira. L'immersion est d'autant plus grande que le poids de la partie au-dessus de la tige est plus grand et que la pesanteur spécifique du fluide est moindre, et que la section de la tige. Elle est d'ailleurs d'autant plus grande que la longueur de la tige au-dessous du zéro de l'échelle est plus considérable. Un hydromètre doit donc être fait de poids et autant de longueur de tige mince et flexible, afin que plongé dans le fluide, il s'y enfonce à la plus grande profondeur convenable de sa tige.

**Aéromètre.** — Celui de M. de Parcieux n'est au fait qu'un hydromètre rendu d'une sensibilité extrême par la délicatesse de sa tige ( *fig. 225* ). C B est une fiole en partie de plomb en grenailles, de manière à se tenir facilement debout, parce que son centre de gravité est en-dessous de son métacentre ( art. 295 ).

Un bouchon de la fiole est fixé un fil métallique très-délié, d'environ  $\frac{1}{12}$  d'inch ( 2 millim. ) de diamètre, et de 76 inches ( 76 centim. ) de longueur, portant à son extrémité supérieure une coupelle A. La charge est ajustée de telle sorte que l'instrument plongé dans l'eau d'une température moyenne, s'immerge jusqu'au point du fil servant de zéro, environ 1 inch ( 25 millim. ) au-dessus de B. Plongé dans un fluide plus léger, il continue à plonger, jusqu'à ce que l'immersion additionnelle de la tige produise un déplacement additionnel du fluide, et qu'enfin tout le poids du fluide déplacé soit égal au poids de l'instrument. Il est clair que plus la tige est mince, plus est grande la profondeur additionnelle à laquelle l'instrument doit plonger pour produire ce déplacement du fluide. Une échelle est placée sur le côté ; et la division sur l'échelle, correspondante au bord de la coupelle, ou bien au sommet de la tige, donne, au moyen des tables, la pesanteur spécifique correspondante. Cet instrument a été inventé pour comparer les pesanteurs spécifiques de différentes eaux. Telle est sa sensibilité, que la variation de densité produite par un rayon solaire sur la température moyenne, suffit pour l'enfoncer de plusieurs centimètres, et pour que la moindre addition d'une substance soluble dans l'eau s'y manifeste visiblement. La coupelle sert à surcharger cet aéromètre, de manière

grain (0.00017, 0.27) de plus ou de  
supérieure fait baisser ou élever la mar  
surface de l'eau, d'un dixième d'*inch* (c  
coïncidence de K avec la surface de l  
exactement à une moindre fraction que  
l'exactitude que l'on peut atteindre avec  
telle, que les pesanteurs spécifiques ain  
les précautions convenables, peuvent  
cent-millième près, ou avec cinq de  
ficile de reculer davantage les limit  
sible.

C'est d'après le même principe, qu'  
santeurs spécifiques des métaux, on peu  
purs ou alliés; qu'on peut aussi recon  
sont adultérés, et dans ce cas fixer le  
tion.

C'est à cet usage que l'hydromètre  
bituellement. Toutes les variétés de sp  
langes d'alcool pur et d'autres ingredie  
est l'eau. Leur valeur dépend, presque  
tité d'alcool qu'ils contiennent. C'est d  
plus haute importance pour le commerc  
tion des droits, qu'il y ait un mode faci  
et l'hydromètre de *Sike* a été construit e

310. L'exemple suivant, cité par M.

nement celle de l'instrument que nous venons de dé-

(*Fig. 226*) est un ballon creux, à l'extrémité de l'un des bords duquel est fixé un fil métallique très-mince *BC*, iron  $\frac{1}{14}$  inch (moins de 2 millim.). A l'autre extrémité du même diamètre est fixé un étrier *DE* portant un disque pesant de bronze *F*. Le fil *CB* porte aussi à son sommet légère coupelle *B*. Le poids du disque *F* est calculé pour maintenir la stabilité de l'instrument et pour qu'il s'immerge jusqu'au point *K*, marqué vers le milieu de sa tige, l'instrument est placé dans l'eau distillée à la température de  $60^{\circ}$  Fahrenheit ( $15^{\circ}$ ,  $56$  centigr.), et chargée d'un poids de 1000 grains (64 gr., 75) dans sa coupe *B*.

pour déterminer la pesanteur spécifique d'un solide avec le pèse-remède de *Nicholson*, supposons qu'on ait reconnu qu'un solide dans l'eau distillée à la température de  $60^{\circ}$  Fahrenheit ( $56$  centigr.). Plaçons le solide sur la coupelle supérieure, et chargeons-le d'assez de poids pour que l'instrument s'immerge jusqu'au point de division *K*. Ces poids ajoutés au poids du solide seront donc égaux à 1000 grains (64 gr., 75) car 1000 grains (64 gr., 75) suffisent pour que l'instrument s'immerge jusqu'en *K*; le poids du solide et les poids de surcharge, avec celui de l'instrument, l'ont fait s'enfoncer ainsi jusqu'en *K*; la somme des premiers est donc égale à celle des seconds; et soustrayant le poids de l'instrument de chacune, il s'ensuit que le poids du solide et les poids de surcharge font ensemble 1000 grains (64 gr., 75). Il s'ensuit dès-lors aussi que le poids du solide est 1000 grains (64 gr., 75) diminués des poids de surcharge. On a le poids exact du solide, en retranchant de 1000 grains (64 gr., 75) les poids de surcharge ajoutés en *B* pour faire s'enfoncer l'instrument jusqu'en *K*.

maintenant plaçons le solide dans le disque inférieur; et nous pourrions encore immerger l'instrument jusqu'en *K* par des poids de surcharge dans le disque supérieur. Cette surcharge ajoutée au poids, ou à la pression vers le haut du solide dans l'eau, sera de même égale à 1000 grains (64 gr., 75). Donc en diminuant ces 64 gr., 75 des poids de surcharge mise dans le disque supérieur, on aura le poids du solide dans l'eau. La différence entre son poids dans l'eau et son poids effectif, sera le poids de l'eau qu'il déplacera.

Alcool pur.	
— très-rectifié.	
— du commerce.	
Alun.	
Ambre.	de 1,053
Ambre gris.	de 1,780
Améthyste ordinaire.	
— Orientale.	
Amianthe.	de 1,000
Ammoniaque liquide.	
Ardoise (à dessiner).	
Arragonite.	
Barite. — Sulfate.	4,000
— Carbonate.	4,100
Basalte.	2,420
Beurre.	
Béril oriental.	
— occidental.	
Bois. — Acajou.	
— Brésil rouge.	
— Buis de France.	
— Buis d'Allemagne.	
— Campêche.	
— Cèdre sauvage.	
— de Palestine.	
— Indien.	
— Américain.	
Cerisier.	
Citronnier.	
Chêne dur de 60 ans.	
Cocotier.	
Cognassier.	
Coudrier.	
Cyprès espagnol.	
Ebène d'Amérique.	
— d'Inde.	
Epine mâle.	
— femelle.	
Erable.	
Frêne.	
Gaiac.	
— Guaiac.	

— Grenadier.	1,384
Hêtre.	0,852
If d'Allemagne.	0,768
If, nœud de 16 ans.	1,760
— d'Espagne.	0,807
Jasmin d'Espagne.	0,770
Laurier.	0,822
Lentisque.	0,849
Liège.	0,240
Limon.	0,708
Mûrier d'Espagne.	0,897
Néflier.	0,944
Noyer.	0,681
Olivier.	0,927
Oranger.	0,708
Orme.	0,671
Peuplier.	0,583
— blanc espagnol.	0,529
Pommier.	0,793
— Sauvageon.	0,768
Poirier.	0,166
Prunier.	0,788
Saule.	0,588
Sureau.	0,698
Sussafra.	0,428
Tilleul.	0,604
Vigne.	1,327
.	1,714
bre.	0,988
-chouc.	0,933
loine ordinaire.	2,600 à 2,650
line tachetée.	2,613
olite.	3,400
ons (houille).	4,020 à 4,300
'e d'Almaden.	6,902
'abeilles.	0,964
blanche.	0,968
à frotter.	0,897
de poisson.	1,111
.	1,048

Quartz rouge.	2,350 à 2,380
— blanc.	2,340 à 2,370
Quartz.	2,370
Quartz.	2,323 à 2,370
Quartzite de l'ail.	1,0
Quartz.	1,0
Quartzite oriental incolore.	2,370
— Variétés colorées.	2,323 à 2,370
— de l'ail.	2,370
— Quartz, variétés colorées.	2,318 à 2,370
Quartzite.	2,340 à 2,370
Quartz.	2,323 à 2,370
— d'ail.	2,370
Ses dissolutions.	1,0
— de mer.	1,0
— de la mer morte.	1,0
Silicose.	2,600 à 2,370
Silice éprouvée (alcool faible).	0,0
Silice acétique.	0,0
— Muratique (hydrochl.)	0,0
— Nitrique.	0,0
— Sulfurique.	0,652 à 0,370
Silice.	2,900 à 2,370
Silicose.	2,458 à 2,370
Silice noir.	2,370
Siamboge (gomme).	1,0
<b>Sil.</b> — Air atmosphérique.	1,0
— Ammoniac.	0,0
— Acide carbonique.	1,0
— Chlorure.	2,370
— Chlorure carboné (acide).	2,370
— Chlorure perussique (acide).	2,370
— Quinquina.	1,0
— Quinquina.	2,370
— Rhododendron (acide).	2,370
— Rhododendron (acide).	2,370
— Rhododendron (acide).	4,0
— Rhododendron.	0,0
— Rhododendron carboné.	0,0
— Rhododendron (acide).	1,0
— Nitrique (acide).	1,0

- Nitrogène (azote).	0,972
Nitreux (oxide).	1,527
Oxide carbonique.	1,527
Oxigène.	1,111
Phosphoré (hydrogène).	0,902
Prussique (acide).	0,937
Sous-carboné (hydrogène).	0,555
Sous-phosphoré (hydrogène).	0,972
Sulfuré (hydrogène).	1,180
Sulfureux (acide).	2,221
e de bœuf.	0,923
de cochon.	0,936
de mouton.	0,923
de veau.	0,934
le.	2,613 à 2,956
t précieux.	4,000 à 2,230
commun.	3,576 à 3,700
ne arabe.	1,452
du cerisier.	1,480
compact.	1,872 à 2,288
cristallisé.	2,311 à 3,000
trope ou sanguine.	2,629 à 2,700
blende ordinaire.	3,250 à 3,850
- Basaltique.	3,160 à 3,333
stène (pierre cornée).	2,533 à 2,810
essentielles. — d'Ambre.	0,868
— d'Anis.	0,986
— Absinthe.	0,907
— de cassis.	0,904
— Cinnamome.	1,043
— Fenouil.	0,929
— Girofle.	1,036
— Lavande.	0,894
— Menthe commune.	0,898
— Térébenthine.	0,870
es exprimées. — Amandes douces.	0,932
— Baleine.	0,923
— Chenevis.	0,926
— Lin.	0,940
— Noisette.	0,916
— Noix.	0,923 à 0,247

<i>Huiles exprimées.</i> —	Olives.	
—	Poisson.	
—	Pavot.	
—	Rabette.	4,00
Hyacintho.		
Indigo.		
Ivoire.		
Jais.		2,35
Jaspe.		
Lait.		
Lard.		
Lazulite (outremer).		
Magnésie-native (hydrol.)		2,25
— Carbonate.		3,5
Malachite compacte.		
Marbre de Carrare.		
— blanc italien.		
— blanc veiné.		
— de Paros.		
Mastic (résine).		3,6
Mélanite ou grenat noir.		1,4
Mellite.		
<i>Métaux.</i> —	Antimoine.	
—	Acier doux.	
—	— recuit.	
—	— trempé dur.	
—	— trempé et recuit.	
—	Argent.	
—	— martelé.	
—	— d'imit.	5,
—	Bismuth.	7
—	Bronze.	
—	Cadmium.	
—	Chrome.	
—	Cobalt.	
—	Colombium.	
—	Cuivre.	
—	Etain cornouailles.	
—	— recuit.	
—	Fer fondu à canon.	
—	En barre, trempé ou non.	



— Iridium martelé.	23,00
Manganèse.	8,000
Mercure solide (19° 44 au-dessous de zéro centigrade).	13,61
— Au zéro centigrade.	13,61
— A 150 centigrades.	13,58
— Au-dessous de 100° centigrades.	13,37
Molybdène.	8,600
Nickel fondu.	8,279
— forgé.	8,666
Or fondu.	19,25
Or martelé.	19,35
Osmium et rhodium (alliage).	19,40
Palladium.	11,80
Platine.	21,47
Plomb.	11,35
Potassium (15° centigrades).	0,865
Rhodium.	10,65
Sélénium.	4,300
Sodium (15° centigrades).	0,972
Tellure.	5,700 à 6,115
Tungstène.	17,40
Urane.	9,000
Zinc.	6,900 à 7,191
	2,650 à 2,934
	1,450
(résine).	1,360
	2,340
	0,700 à 0,847
	1,900
ne.	2,348 à 2,370
écieuse.	2,414
immune.	1,958 à 2,114
	1,336
it.	3,048 à 3,500
r.	2,360
entale.	2,510 à 2,750
de vache.	1,019
éphritique.	2,892
chaux compacte.	2,386 à 3,000
once.	0,782 à 0,914

<b>Pierre de Bristol.</b>	2,510
— des couteliers.	
— de meule.	
— dure.	
— Pavé.	2,415
— Portland.	
— Rotten.	
<b>Phosphore.</b>	
<b>Plombagine (graphite).</b>	4,987
<b>Plomb (galène de derbyshire).</b>	6,565
<b>Poix minérale (asphalte).</b>	2,905
<b>Poix sèche.</b>	2,970
<b>Poix (en charbon).</b>	2,600
<b>Porcelaine (Chine).</b>	
— (Sèvres).	
<b>Porphyre.</b>	2,452
— Seltzer.	
<b>Poudre à canon — verte (molle).</b>	
— grainée humide.	
— sèche.	
<b>Quartz.</b>	2,624
<b>Quinquina.</b>	
<b>Réalgar.</b>	3,225
<b>Roche (cristal de).</b>	2,581
<b>Rubis oriental.</b>	
<b>Sang humain.</b>	
— Caillot.	
— Serum.	
— Dragon (résine).	
<b>Saphir orientale.</b>	4,000
<b>Sardoine.</b>	2,602
<b>Scammonée de Smyrne.</b>	
— d'Alep.	
<b>Sel gemme.</b>	
<b>Serpentine.</b>	2,264
<b>Smalt.</b>	
<b>Soufre natif.</b>	
— fendu.	
	3,094
	2,620
<b>ire de Castleton.</b>	

	0,943
u triphane.	3,000 à 3,216
	2,323 à 2,546
	2,400 à 2,668
	2,140 à 2,500
arbonate.	3,658 à 3,675
ulfate.	3,583 à 3,958
	1,606
	0,941
	0,770
	2,080 à 3,000
	4,010 à 4,061
	5,086 à 3,582
	2,500 à 3,010
	2,190
i.	0,481
	2,520
	2,642
	2,760 à 3,000
	2,942
	3,300 à 3,575
	1,013 à 1,080
eaux.	0,993
ne.	0,991
gne blanc.	0,997
ce.	1,081
	1,022
	0,997
ous espèce de).	2,045 à 2,675
	2,073 à 2,718
	4,385 à 4,700



du dans l'intérieur et l'air extérieur forment différentes pressions d'un fluide continu.

Alors, et d'après ce que nous avons dit précédemment, la pression de ce fluide horizontalement, sur une partie quelconque de la cavité du coffre, à partir du *dedans*, doit être également égale à celle sur une partie correspondante de la face convexe des côtés, à partir du *dehors*; ces deux pressions correspondantes forment, de fait, les *côtés opposés* d'un corps immergé dans un fluide. Ainsi la pression de l'air extérieurement sur les côtés, est toujours supportée par une pression correspondante de l'air en dedans; et aucune pression n'est ressentie tendant à altérer la forme de la cavité libre.

Ailleurs nous exhalons une partie d'air hors du coffre, nous avons immédiatement la sensation d'une diminution de pression intérieure vers le dehors et d'un excès de la pression extérieure; le coffre devient oppressé; et par un mécanisme spécial, que la nature a disposé à cet effet, ses parois se contractent jusqu'à ce que l'air contenu soit de nouveau suffisant pour fournir la pression nécessaire à partir de l'intérieur.

Et par des raisons semblables à celles ci-dessus, que nous avons vus, quand ils vont à une grande profondeur, éprouvent une forte pression sur les côtés; la pression extérieure du coffre étant accrue par le grand poids de l'eau, qui lui fait céder la pression interne opposée de l'air contenu.

Les parties du corps qui ne communiquent pas avec l'air extérieur, et n'en sont pas remplies, sont toutes, quelle que soit leur nature, complètement saturées et imprégnées de fluide. Les os sont poreux, et les pores en sont partout remplis par certaines sécrétions fluides; la partie musculaire du corps, ou la chair, est partout saturée par le sang; les artères et les veines sont des tubes qui servent de canaux conduits à un fluide.

Il faut donc que la masse du corps humain peut être considérée comme une accumulation d'atomes solides, chacun agissant séparément dans un fluide. Ceci étant, il s'ensuit que la pression sur une partie quelconque de la surface extérieure du corps est propagée également dans toute la substance (art. 243) par l'intervention des fluides qui la baignent, et chaque particule solide supporte ainsi des pres-

*pounds* (1359\* kilog.) pour chaque inc  
humaine, ne passe sur aucune des partie  
parties l'une contre l'autre, et ne produis  
aucun excitements sur nos nerfs, n'est pa

Nous voyons aussi pour quelle raison  
à une grande profondeur dans l'eau (p  
cloche à plongeur ou autrement), supp  
extérieure devenue beaucoup plus grand  
atmosphérique; cependant comme cette  
bue également sur toute la surface du  
milieu fluide dans lequel il est plongé  
la *transmission* de cette pression est  
système par l'intervention du fluide que  
et qui le pénètrent; il n'en résulte aucune p  
ces nerfs délicats qui s'entrelacent partou  
pente, et que la moindre pression *inégle*

Si l'énorme pression de l'atmosphère é  
corps autrement que par l'intervention  
quel nous respirons, il deviendrait abs  
que les mouvemens des parties du corps  
vie, pussent avoir lieu; le mécanisme le  
plus fragile de ses organes ne pouvant  
truit. Mais par cette admirable propriété  
toute de la pression fluide, non seulem

is de nerfs qui sont sur le corps, soit excité  
 ensible à raison de cette pression. Ces nerfs  
 l'une telle sensibilité qu'ils nous permet-  
 , d'apprécier, de mesurer et de comparer  
 sion (alors inégale) qui tend à altérer la  
 ace du corps. Le coffre même, dans ces cir-  
 uffre aucune oppression, car la pression de  
 mise par l'intermédiaire de l'air; dans la  
 ar, également pour les surfaces internes et  
 e, ces pressions internes et externes se neu-  
 e considérable que soit le poids de l'eau en

effets qui résultent de l'immersion du corps  
 et de ce que ses parties sont *empaquetées*  
 pour nous servir de l'expression de *Paley*.  
 donc pleinement comment l'air *peut être*,  
 réellement, un *fluide* ayant du poids, et  
 ent sur nous, sans que nous nous ressen-  
 ssion.

s d'ailleurs aisément soumettre la question  
 'expérience. Détruisons l'égalité de la pres-  
 ique dont nous venons de parler; éloignons  
 ie quelconque du corps; nous éprouverons  
 le des pressions sur les autres parties et des  
 s qui proviennent de notre immersion en-  
 e dans l'air. On peut enlever l'air de diffé-  
 ; il y a une machine nommée pompe à air,  
 e ordinairement et spécialement à cet usage,  
 pliquerons en détails, par la suite, l'action  
 de construction. A l'aide de cette machine,  
 enlevé d'une partie quelconque du corps; sa  
 e reste s'aperçoit alors. Si, par exemple, la  
 quée de manière à couvrir l'ouverture au  
 vase dont la partie inférieure communique  
 à air; et si l'on met la pompe en action, de  
 ver l'air du vaisseau, et par conséquent de  
 ace de la main, la pression de l'air sur la  
 main se fera très-bien sentir alors; la main  
 pressée contre les bords du vase, et enfin il  
 ossible de l'ôter; les vaisseaux sanguins se-  
 le dos de la main se courbera en dedans, et

l'opération peut continuer jusqu'à ce que la pression produite soit égale au poids d'une colonne de 50 *inches* (76 centimètres), poids qui suffirait probablement pour la rupture du mécanisme de la main.

Le procédé des ventouses est un exemple de cet équilibre partiel de pression de la surface d'un corps. On met un peu d'alcool dans le vase à ventouser et on l'enflamme par la chaleur ainsi produite, l'air qui remplissait le vase est en grande partie chassé, et sa place est prise par la vapeur bien plus légère d'alcool. Dans cet état, on applique l'ouverture du vase sur la peau; la flamme s'éteint, la vapeur se condense en un liquide, l'air perd sa chaleur et sa tendance à s'étendre; alors sa pression sur la surface du corps que recouvre le vase, devient moindre qu'avant et moindre que la pression sur les autres parties du corps; le résultat de cette pression inégale est la désorganisation immédiate de la surface sous le vase; la chair et les parties musculaires s'enflent d'une manière étonnante, les vaisseaux se distendent, et le sang enfile les pores de la peau.

La succion présente un autre exemple frappant d'équilibre partiel de pression. Il y a une certaine opération des muscles, par laquelle l'air peut être épuisé de la cavité de la bouche; si cet épuisement a lieu quand les lèvres sont appliquées à quelque partie de la peau, le résultat est un éloignement de la pression de cette partie de la surface du corps, et par suite un déplacement de la peau vers dessous; la surface extérieure des lèvres supportant la pression atmosphérique, tandis que la portion intérieure en contact avec la peau en est débarrassée, cette partie interne des lèvres et la peau se trouvent en contact immédiat et pressées fortement.

C'est ainsi que les limaçons s'attachent aux murs, troncs et aux branches des arbres, et qu'on les voit traîner le corps en arrière et suspendu. La partie inférieure de leur corps est garnie de muscles puissans, qui les rendent capables de former un espace creux ou cavité dans une certaine partie de sa longueur. Leur mode de se fixer à une surface est d'élever leur corps dans cette cavité, faisant un vide en dessous de cette cavité dont les bords



vement pressés sur la surface, et tout le corps y est tenu par la pression atmosphérique extérieure. En attachant de cette manière diverses parties de leur corps, successivement à diverses parties de la surface sur laquelle ils désirent marcher, on les voit marcher suspendus, non-seulement à leur corps, mais encore à la coquille qui leur sert de pied, perpendiculairement contre les murs et même sur le plan le plus uni d'un appartement. Il y a un point, appelé le sucour, qui agit précisément d'après le principe que nous venons d'expliquer. Il consiste en un petit morceau de peau, très-douce et très-croûteuse, suspendu par son extrémité à une ficelle. S'il est mouillé et appliqué à la surface d'une pierre, ou de quelques masses unies et polies, on le laisse en venant l'enlever, on éprouve une grande résistance, et plutôt que de céder, le sucour enlève avec lui la masse sur laquelle il est appliqué, cette masse est très-peu considérable.

Cette action en est évidente. La ficelle étant tirée, la peau se soulève au centre, et la cavité qu'elle forme ainsi devient si étroite qu'air n'y pouvant pénétrer à raison du contact horizontal des bords de la peau unie avec la pierre. Ceci étant, la pression de l'air est écartée de la partie de la pierre qui touche la surface de la peau; sa pression sur le côté opposé à la pierre n'est donc plus soutenue; la pierre est pressée contre le cuir par cette force qui n'a plus de contre-pression; la pression de l'atmosphère agit d'ailleurs sur la surface externe du cuir et le presse contre la pierre. Le cuir et la pierre se trouvent donc ainsi attachés l'un à l'autre.

On a prouvé d'après ce principe que les mouches se tiennent sur les surfaces verticales du verre et sur les plafonds. On leur a donné à leurs pattes une mécanique qui leur rend capable d'élever les parties centrales, de même que le centre d'un cercle est élevé par la ficelle; un vide étant ainsi formé sous la patte, elle se fixe sur la surface sur laquelle elle est appliquée.

On a prouvé que toute substance immergée dans un fluide, outre ses pressions horizontales qui agissent en directions opposées, ne produisant pas de résultante horizontale, supporte encore certaines pressions verticales dont les effets ne sont pas ainsi neutralisés, et

qui y produisent un mouvement de tendance vers le haut, égal au poids du fluide qu'il déplace.

Nos corps étant immergés dans l'air supportent, chacun, une pression, vers le haut, égale au poids de l'air qu'il déplace; pourquoi, dès-lors, peut-on dire, ne sentons-nous pas cette pression vers le haut? La réponse est facile : c'est que le poids du corps excède celui de l'air qu'il déplace. La pression vers le bas excède donc celle vers le haut; et par conséquent nous ne nous apercevons que du poids.

Ceci est d'ailleurs vrai, non-seulement pour les pressions vers le haut réunies sur différentes parties du corps, mais encore sur chacune d'elles. Si, par exemple, l'on imagine le corps divisé en un grand nombre de minces colonnes verticales; alors la pression vers le haut sur cette partie de sa surface qui forme chacune d'elles, sera égale au poids de la colonne; et la pression vers le haut sur cette partie de sa surface, mes dimensions précisément, sera égale à son poids; et la pression vers le haut sur toute la surface du corps, sera égale à son poids. La pression vers le haut sur l'une de ces colonnes sera égale à son poids, et la pression vers le haut sur l'autre sera égale à son poids, et ainsi de même pour chaque partie de la surface du corps.

On a vu aussi que lorsqu'un corps est *entièrement* immergé, la résultante des pressions du fluide sur lui passe nécessairement par son *centre de gravité* et agit dans une direction verticale; la résultante des poids des parties agissant aussi là, excède sa résultante vers le haut; nous sentons donc l'existence de la dernière pression. Il n'en serait certainement pas ainsi, si sa direction n'était pas toujours par le centre de gravité de notre corps; elle serait certaine, et il y aurait certaines positions d'équilibre seulement, comme dans le cas des corps flottans; et nos corps ne pourraient prendre d'autres positions que celles-là, sans une certaine dépense d'énergie musculaire. Quand nous inclinons le corps, par exemple, la pression de l'air, vers le haut, tendrait à ramener le corps dans sa première position, ou bien à l'en éloigner davantage; et ce serait pour nous une source de continuel ennui.

314. Si nous pouvions, par quelque moyen, alléger la substance de nos corps, de manière à la rendre plus légère que l'air qu'elle déplace, nous nous élèverions de suite dans l'air et nous y flotterions. C'est ce qui a lieu en grande par-

tie pour les oiseaux; leurs corps sont excessivement légers, probablement très-peu plus pesans que l'air qu'ils déplacent, et ils ont aussi probablement le pouvoir de les rendre encore plus légers en distendant la cavité du coffre, ou quelques autres parties creuses, sans que l'air extérieur puisse introduire en même temps (1).

Les oiseaux sont, sous ce rapport, presque de la même manière dans l'air que les poissons sont dans l'eau. Nous avons vu que ces derniers ont le pouvoir d'étendre certaines parties de leurs corps de manière à ce que la quantité d'air qu'ils déplacent, excède les poids de la quantité du fluide déplacé, ou soit moindre, suivant qu'ils veulent s'élever à la surface ou plonger plus profondément. Quelques-uns semblent avoir le pouvoir de porter cette expansion encore plus loin et de passer de l'eau dans l'air, en déplaçant une quantité d'air qui pèse moins ou presque autant que leur corps; ce sont les poissons volans. Il y a, de même, certains oiseaux qui peuvent contracter assez leurs dimensions pour plonger dans l'eau à toutes profondeurs.

On peut aisément construire des corps plus légers que l'air qu'ils déplacent; sa pression vers le haut sur de semblables corps excède leur poids, et le corps monte.

C'est ainsi que sont faits les ballons. Certains fluides peuvent être artificiellement produits qui sont beaucoup plus légers que l'air qu'ils déplacent. Ces fluides sont de l'espèce appelée élastique ou gaz, dont nous parlerons ailleurs d'une manière plus détaillée. Si un vaisseau léger, capable de contenir l'un de ces fluides — comme par exemple un sac de papier de soie ou d'étoffe légère — est rempli de ce fluide et abandonné à lui-même, il commencera de suite à monter pourvu que le poids du vaisseau ne soit pas tel qu'en ajoutant celui du fluide contenu, il égale ou il excède le poids de l'air qu'il déplace.

On peut obtenir des fluides plus légers que l'air d'une foule de substances diverses et d'une foule de moyens divers. Le gaz de l'éclairage des rues est un fluide de cette espèce, et de grands sacs de soie remplis de ce gaz déplacent une quantité d'air dont le poids est plus grand que le leur.

[1] Autrement cette admission d'air accroîtrait le poids précisément de la même quantité que l'air extérieur s'accroîtrait.

Il suffit pour cela de le chauffer. Tous les  
accroissent leurs dimensions par l'applicat  
(ainsi que nous l'expliquerons dans une a  
ouvrage), et de tous les corps l'air est pr  
qui se montre le plus aisément expansif, o  
aux variations de la chaleur. Si donc nous  
tion de l'air qui nous environne; qui es  
même nature que le reste, et qui déplace  
air *égale* à son propre poids; que nous re  
pansif par l'application de la chaleur, ou  
grand espace, alors il déplacera une portio  
nant *plus grande* que lui-même en volum  
comme nous l'avons expliqué, l'*ascension*.  
Cette expansion de certaines parties de l'air  
s'ensuit à travers l'air environnant, est un  
pouvons continuellement observer autour  
qui monte dans les cheminées est un air r  
leur du feu et entraînant avec lui quelqu  
de charbon non consommé. L'opération a li  
une échelle bien autrement magnifique  
soleil. Dans les tropiques, où cette infl  
grande, l'air est continuellement raréfié et  
léger que celui qui l'environne; il est donc  
continuellement par la pression de cet ai  
continuellement dans l'espace qu'il vien

blables effets produits à la surface de la terre par des variations locales de température constituent les vents.

Une averse soudaine de pluie ou de neige, en quel particulier, peut assez y accroître le poids de l'air le rendre plus pesant que l'air environnant ; il en résulte les vents hauts, ayant sur la surface de la terre une action à partir de l'endroit où la condensation a eu

Nous avons vu que l'air qui nous environne peut être considéré comme exerçant une grande pression sur les surfaces qu'il touche ; suivi de tous les phénomènes particuliers à ceux qui sont sous le cas de pression fluide, sans que cependant nous sentions cette pression. Nous vivons au sein d'un océan d'air, comme nous voyons le poisson vivre dans l'eau, et cependant, à chaque instant, de grandes quantités d'air entrent et sortent, et les exhalant, comme nous voyons le courant d'air passer à travers les ouïes des poissons ; et cependant nous ne recevons que quelques-unes de ses propriétés, et à cause de cela nous sommes sûrs de son existence. Aussi bien, nous avons raisonné pendant deux mille ans au sujet de l'air, avant d'avoir découvert que c'était un *fluide pesant* et qu'il avait du poids. On s'explique cela facilement par la raison qu'il n'y a pas d'observations directes qui conduisent à la conclusion du poids de l'air. Il n'y a réellement peu de chose, ou rien, dans les phénomènes qui nous ont conduit à cette conclusion, en nous y guidant par la comparaison de ces phénomènes avec le poids de l'air. Il y a un chaînon manquant, et la théorie de la pression hydrostatique ne peut en chaînonner. Ainsi un homme ignorant des principes de la statique ne peut apercevoir aucune relation entre le poids de l'eau dans un tube par la succion et le poids de l'air intérieur. Mais qu'il acquière la connaissance du principe que *un fluide pesant ne peut rester en repos qu'autant qu'il est soutenu sur chaque point dans le même plan horizontal*, et cette connexion s'établira de suite dans

Il fut en vain que des savans s'efforcèrent, pendant 2000 ans, de se rendre compte de l'ascension des tubes à succion, jusqu'à ce que, désespérant de la solution, ils prononcèrent que c'était une *anomalie* — un écart de la nature, une antipathie inconcevable ; enfin que la nature

avait horreur du vide. Ils affirmaient, par exemple, que lorsque l'air était enlevé d'un tube, et que l'une de ses extrémités plongeait dans l'eau, la nature, ayant horreur du vide, forçait de suite l'eau à monter dans l'espace libre et à le remplir; et cela, disaient-ils, malgré la tendance qu'a l'eau à retomber à raison de son propre poids.

Comme il arriva à des fontainiers de Florence de découvrir que l'eau ne s'élevait pas dans une pompe, où l'on faisait le vide tant qu'on voulait, au-dessus de trente-deux feet (9 m. 753472), ce principe de l'horreur du vide qu'avait la nature se trouva limité, et, suivant Galilée, la nature n'eut horreur du vide que jusqu'à 32 feet (9 m. 75).

316. Toricelli, disciple de Galilée, ayant des doutes sur l'explication de son maître, raisonna sur la question à peu-près de cette manière: Puisque, par l'enlèvement absolu de l'air au-dessus, une colonne d'eau peut être supportée à la hauteur de 32 feet (9 m. 75), et pas plus haut, il semble que cette force qui la soustrait à cette hauteur, quelle qu'elle soit, sera précisément égale au poids d'une telle colonne; par conséquent cette force n'eût probablement pas supporté une aussi haute colonne si elle eût été de quelqu'autre liquide plus pesant que l'eau; en sorte que dans ce cas l'horreur de la nature pour le vide ne se fût pas même étendue jusqu'à trente-deux feet (9 m., 75). Il essaya avec du mercure, et il trouva que malgré qu'il eût fait un vide absolu au-dessus de sa surface, le mercure ne pouvait monter au-dessus de 30 inches (76 centimètres au plus). Il s'assura que cette colonne de mercure était précisément égale en poids à celle de même diamètre de trente-deux feet (9, 75) d'eau.

Il vit dès-lors que la cause, quelle qu'elle fût, était soumise à cette loi, qu'elle développait toujours une force égale au poids du liquide soulevé, quel que fût ce liquide. Cette horreur de la nature pour le vide n'était donc pas un écart, mais comme le développement de son énergie dans la matière inorganique, une loi fixe et invariable. Raisonnant ensuite sur l'expérience et venant à lui appliquer certains principes d'équilibre, qui dans ce temps étaient connus, il entrevit l'union entre la pression extérieure et le poids du liquide, et parvint à sa véritable explication, qui fut le baromètre, instrument qui nous mit à même de mesurer tout temps, la pression exacte de l'atmosphère.

nnée, en un lieu quelconque où s'en fait nous le considérons sous le rapport de e la précision de ses indications, ou sous té remarquable de sa construction, nous ranger parmi nos instrumens les plus

struction du baromètre : un tube B H plus de trente *inches* ( plus de 76 centimètres ), par l'une de ses extrémités, est rempli de mercure ; pliant le doigt à l'ouverture, on empêche le mercure de s'échapper, et on renverse alors le tube en le plaçant verticalement. Le mercure s'écoule dans la cuvette C D, en plongeant l'ouverture au-dessous du niveau du mercure ; on retire le doigt alors, et il s'établit un équilibre entre le mercure du tube et celui de la cuvette ; le mercure du tube descend jusqu'à ce qu'il y ait un équilibre entre 28 et 30 *inches* ( de 70 à 76 centimètres ) au-dessus du mercure de la cuvette. On note alors les circonstances dans lesquelles

34) que c'est une condition nécessaire de le continu, que la pression sur chaque aire ne *plan horizontal*, quelque part que cet , soit *la même*. Alors, prenant le plan horizon par l'extrémité inférieure B du tube, il sion sur chaque partie égale de ce plan est il s'ensuit que la pression sur cette aire, on de plan qui se trouve immédiatement ube, est la même que la pression sur une part qu'elle soit. Les pressions sur ces ement égales au poids des colonnes des ivent contenues, en les continuant verti- aut, à partir de ces aires respectivement, rfaces de ces fluides ( art. 255 ). Or l'es- e, la libre surface du fluide dans le tube *dehors* du tube, pour arriver à la libre il faut continuer la colonne, à travers le extrêmes limites de l'atmosphère.

que la colonne BG dans le tube est égale à la colonne en dehors, ayant une base égale horizontale FE, et atteignant à travers le sommet de l'atmosphère. Cette dernière

jusqu'à la surface totale de l'atmosphère  
simple instrument qui n'a que 76 cen  
on mesure le poids précis d'une colon  
quant sa surface à une distance qui n'  
de 50 à 60 milles (81 à 97 kilomètre

Ce fut ainsi que *Toricelli* expliqua  
cure dans son tube; il confirma la  
était arrivé, en faisant porter son ba  
élévation au-dessus de la surface de  
Puy-de-Dôme en Auvergne; on trou  
abaissait bien au-dessous du niveau  
plaine. C'était une conséquence néce  
car en portant l'instrument au somm  
hauteur de la colonne était sensibleme  
que la colonne de mercure soulevé ne  
en repos tant qu'elle n'avait pas le m  
colonne d'atmosphère, elle devait desc  
puisque la colonne d'atmosphère avai

Ainsi, au sommet du Mont-St-Berna

(1) Si chaque partie égale de la colonne atm  
poids, quelle que fût la fraction dans son asc  
diminuât la hauteur de cette partie de la c  
de lui; la même fraction seule lui donnerait  
colonne de mercure de son baromètre devrai  
posant la hauteur de l'atmosphère de 80 an



à 14 *inches* (35 centim.), tandis qu'au niveau de la mer est ordinairement de 28 *inches* (70 centim.) de hauteur.

Le baromètre a, depuis, été appliqué, d'après ces données, à la détermination des hauteurs des montagnes. Les méthodes que nous expliquerons ailleurs, l'élévation au-dessus de la surface de la terre, correspondant à la hauteur de la colonne de mercure dans le tube, peut être trouvée. Ainsi, en emportant avec soi un baromètre au sommet d'une montagne, et observant la hauteur à laquelle le mercure s'y maintient, on peut savoir, après avoir fait les corrections convenables, quelle est exactement la hauteur de la montagne. On a donné des formules et construit des tables facilitant beaucoup ce calcul.

La détermination des hauteurs par le baromètre est certainement le mode le plus simple et le plus facile connu; peut-être est-ce le plus exact.

Il faut, d'ailleurs, prendre de nombreuses précautions pour obtenir cette exactitude. D'abord il faut déterminer avec précision la hauteur de la colonne au-dessus de la surface du mercure dans la cuvette; ce qui n'est pas facile. Il est clair que l'échelle de division, placée comme elle l'est ordinairement à côté du tube, et comptée de la surface du fluide dans la cuvette vers le haut, ne servirait pas à mesurer exactement; car la surface du mercure dans la cuvette change continuellement de position, suivant qu'il s'en élève ou s'en abaisse dans le tube. Si donc, à une certaine hauteur de la colonne, le zéro, ou la première division de l'échelle, coïncide avec la surface du mercure dans la cuvette, il peut n'en être pas ainsi pour une autre hauteur.

Plusieurs méthodes ont été inventées pour remédier à cet inconvénient. La suivante est probablement l'une des meilleures. La cuvette de mercure est construite avec soin de forme cylindrique (fig. 227); son fond qui est tourné pour représenter exactement la surface du cylindre, l'est de manière à ce que tout mouvement très-lent puisse lui être communiqué par un ressort à rappel, élevant ou abaissant la masse de mercure qui se trouve au-dessous de lui dans la cuvette. Il y a un index mobile, tourné en pointe fine vers le bas, qui est fixé précisément au niveau de la première division de l'échelle. Quand

L'instrument, on tourne la vis de rap-  
 porter la surface du mercure dans la cuvette  
 jusqu'à la pointe d'ivoire. Ceci fait, la  
 échelle est exactement celle du sommet  
 issu de la surface du mercure de la

ent la hauteur du mercure dans le bari-  
 mètre le transporte à diverses hauteurs so-  
 le la terre, mais aussi quand on le laisse  
 car il est à peine deux instans de se re-  
 exactement. Cela a lieu non-seulement  
 mouvement, mais aussi quand il semble  
 rs du baromètre, dans ces circonstances.  
 différentes heures du jour et en différen-  
 sur une comparaison faite sur un grand  
 es, et avec beaucoup de soin à l'observa-  
 ion, M. Bouvard a présenté les consé-  
 quences.

sur en deux périodes, dont la première  
 matin à 5 h. après-midi, et la seconde  
 9 h. du soir; on trouvera que le baromètre  
 ces deux périodes; mais que la quantité  
 t la première période est beaucoup plus  
 t il baisse pendant la seconde. Par rap-  
 riode, il y a une régularité considérable  
 u baromètre, aussi bien d'une année à  
 is à un autre. Par un relevé de onze ans,  
 se moyenne du baromètre entre 9 h. du  
 près-midi, soit 0,2976 d'inches (7 à 8

des variations de la première période, de  
 ané le résultat remarquable que vois  
 s de novembre, décembre et janvier, ces  
 coup moindres que pendant les autres mois

un fond mobile pour la cuvette ne semble pas  
 position qui permet de déplacer une portion de  
 régler le niveau. On peut, par exemple, au-  
 menter, et la faire saillir dans la cuvette, ou  
 manière à régler le niveau constant du mer-

née; et elles sont beaucoup plus grandes pendant les mois de février, mars et avril. Les variations pendant les six mois de l'année sont intermédiaires, mais ne paraissent suivre aucune loi.

Quant aux variations de la *seconde* période, elles ne présentent aucune loi; cependant elles sont ordinairement moindres que celles de la période précédente.

La comparaison des variations diurnes du baromètre en divers lieux de la terre, semble montrer qu'elles sont les mêmes en tous lieux entre les tropiques, et que c'est là seulement qu'elles sont plus grandes; qu'elles diminuent rapidement à mesure que la latitude s'accroît, et qu'il n'y en a plus sensibles à 74° nord.

Il faut regretter qu'aucunes observations n'aient été faites trop souvent sur les variations barométriques pendant la

seconde période. On a observé que les variations diurnes du baromètre sont sujettes à l'influence du vent; qu'elles sont à peine sensibles par les vents du sud, et qu'elles atteignent leur maximum par les vents du nord.

Le poids de la colonne de mercure soulevée dans le baromètre est toujours égal à celui d'une colonne d'atmosphère, soit qu'une variation de la première ne peut avoir lieu jusqu'à ce qu'il survienne une variation correspondante dans la seconde. Ces variations en poids de la colonne atmosphérique en un lieu quelconque, sont supposées indiquer des variations de temps, et on a coutume de les observer avec soin. La différence entre la moindre et la plus grande hauteur de mercure dans le baromètre n'exécède pas 3 *inches* (76 millimètres). Pour préserver le tube contre tout ce qui pourrait nuire, à l'exception des 76 millimètres dans lesquels a lieu la variation, on le renferme dans un tube de cuivre, auquel est attachée une échelle, dont les divisions n'ont lieu que pour ces 76 millimètres. A côté de certaines de ces divisions sont inscrits des mots *beau, pluie, variable*, etc., spécifiant le temps que suppose indiqué par les variations correspondantes de la hauteur de mercure. D'ailleurs ces indications ne reposent que sur quelques données précises d'expérience, et encore moins sur une théorie fondée en principe. Il n'y a pas de raison pour que les états particuliers de la densité de l'atmosphère

soient nécessairement suivis d'états particuliers du temps ; il est certain que lors même qu'il en serait ainsi, les baromètres tels qu'on les construit maintenant, étant sans rapport avec l'élévation des lieux où ils sont placés, donneraient de fausses indications. Ainsi deux baromètres, construits de la même manière, placés l'un au haut de St-Paul et l'autre au niveau de la Tamise, puisqu'ils différeraient près de 12 millimètres dans leur hauteur, pourraient l'un être beau, tandis que l'autre serait à la pluie ; et cependant le temps serait le même dans les deux lieux d'observation. Les seules indications du baromètre qui puissent être utiles au temps sont ses changemens ; et les règles suivies sont les résultats de l'observation.

1<sup>o</sup> Le baromètre en *s'élevant* indique l'approche du beau temps ; en *s'abaissant*, il indique l'approche du mauvais temps.

2<sup>o</sup> En temps chaud, la baisse du baromètre indique l'orage ; et en hiver son élévation présage la gelée. Pendant la gelée, sa baisse est signe de dégel, et son élévation de neige.

3<sup>o</sup> Si le changement du temps suit *soudain* un mouvement du baromètre, on peut s'attendre que cela ne durera pas. Ainsi, quand le beau temps survient de suite à l'élévation du baromètre, il est de courte durée ; de même le mauvais temps suit immédiatement la baisse du baromètre, il ne durera pas.

4<sup>o</sup> Si le beau temps continue plusieurs jours, pendant lesquels continue la baisse du thermomètre, une longue suite de mauvais temps s'ensuivra probablement ; et réciproquement, si le mauvais temps continue, et que le baromètre monte constamment, il y a probabilité de plusieurs jours de beau temps.

5<sup>o</sup> Une variation fréquente du baromètre est un indice de temps variable.

6<sup>o</sup> Il est une autre règle fondée sur les principes de l'aérodynamique, et qui peut dès-lors être près du vrai, quoiqu'elle n'est pas absolument dans le vrai, et que voici : une baisse continue du baromètre indique que les vents du sud règnent, à peu de distance du lieu d'observation.

7<sup>o</sup> Une colonne du mercure ayant un *inch* (25 millimètres) et une hauteur de 30 *inches* (76 centim.), pèse envi-

de 6 kil., 798). Or en supposant que le baromètre reste *inches* (76 centimètres), la pression de l'atmosphère juste suffisante pour supporter une semblable colonne, sera par conséquent égale à son poids. Dans ces circonstances la pression atmosphérique est juste alors de 15 *pounds* l. 798) pour chaque *inch* (25 mill.) carré de surface. osant donc que la surface d'un homme soit de 2000 *in-* (50 mètres) carrés, il s'ensuit que la pression atmosphérique sur lui sera du poids énorme de 3000 *pounds* 96 kilogrammes).

2. Il survient, dans l'usage du baromètre, beaucoup de *altés* résultant de l'extrême petitesse des variations dans l'élévation du mercure correspondant à chaque changement de pression atmosphérique.

Or l'espace dans lequel cette variation a lieu correspondant aux cas extrêmes de densité et de raréfaction de l'air à la surface de la terre, ne comprend que trois *inches* (76 centimètres). Il est donc évident que l'infinie variété des hauteurs intermédiaires, sensiblement différens l'un de l'autre, ne peut être indiquée que par de petites fractions d'un *inch* (millim.), dans la variation de la hauteur de la colonne de mercure.

Pour obvier à cette difficulté, on a inventé diverses formes de baromètre.

3. L'une des plus simples et des plus ingénieuses se nomme le *baromètre diagonal*. C'est un simple baromètre dans lequel le tube est recourbé (fig. 228), un peu au-dessous du point le plus bas où descend ordinairement le mercure. Le tube étant rempli, comme celui d'un baromètre ordinaire, du mercure dont la surface reste en un point quelconque de la partie courbe ABC, chaque variation de densité de l'atmosphère se trouvera indiquée par un mouvement beaucoup plus considérable du mercure dans le tube incliné que si le tube restait vertical.

Ceci s'explique aisément. La pression sur la base C de la colonne ne n'est pas égale au poids de toute la colonne courbe ABC, mais à celui qu'aurait la colonne BC prolongée en droite verticale jusqu'au niveau PQ de la surface Q.

Ainsi elle est égale au poids de la colonne de mercure qui remplirait le tube PC. Si donc la colonne de l'atmosphère est quelque chose à son poids, soit d'une quantité égale

est que le niveau de fluide dans l'un des vases soit au-dessus de celui de l'autre dans l'autre.

Le tube courbé AFB (fig. 268) est un syphon. On le remplit d'un fluide, et l'on ferme ensuite ses deux ouvertures. L'une d'elles A est alors plongée dans le fluide de vase CDE qui est ouvert, et l'autre passe dans IK qui l'est aussi. Les deux extrémités du tube étant alors ouvertes, le fluide coule de suite de l'un dans l'autre.

On se comprend aisément la raison. La pression du fluide dans la branche la plus F A sur la section inférieure A, tendant à la faire venir au tube, est égale au poids d'une colonne AFB allant de A à la partie supérieure du tube; la pression du fluide externe en A tendant à la faire couler dans le tube, est égale au poids d'une colonne de la hauteur AC, plus celle de l'air en dessous; il s'ensuit donc que, pour le tube, le fluide est poussé en A, en dedans, par le poids de la colonne atmosphérique diminuée du poids de la colonne de fluide CE. On voit de même qu'en B le fluide est poussé dans le tube par le poids de la colonne atmosphérique, diminuée du poids de la colonne de fluide DQ. Mais, que la colonne DQ est plus grande que la colonne CE, le fluide comprime dans l'extrémité A du tube avec une force grande qu'il n'est poussé dans l'extrémité B. A raison de ces pressions inégales, il doit donc se mouvoir dans le tube, suivant la direction AFB, jusqu'à ce que la surface A arrive au même niveau que D.

Les pressions en A et en B tendant toutes deux à forcer le fluide dans le tube, maintiennent ses parties ensemble et car il sans former une colonne continue. Cette continuité se rompt d'ailleurs quand la colonne aura plus de 30 inches (75 centim.) de hauteur, si le fluide est du mercure, et plus de 35 (liv. (10 m. 265), si le fluide est de l'eau. Car à C F excède ces limites, dans les circonstances que nous supposons, son poids excédera celui de la colonne d'air atmosphérique; et par conséquent on voit, d'après ce que nous avons dit précédemment, que l'aggrégation de pression sur la section en A ne sera plus dans, mais dehors du syphon. De plus sa tendance en B sera d'être hors du syphon, puisque Q B est plus grand que P A. Le fluide tendant alors à couler hors du syphon par ses deux ouvertures, la colonne sera se perdre, et le syphon cessera d'agir. Ainsi l'on ne peut faire

moins supportée (art. 283) qu'avant; et puisqu'elle n'équilibre par le poids R, dans le cas du support et, l'équilibre sera détruit, la balle de fer descendra, le cordon entraînera avec lui la circonférence du cercle index. Par la distance que donne l'index on peut déterminer la baisse de la surface du mercure.

Posons, par exemple, que la circonférence de la roue Q est un *inch*  $\frac{1}{4}$  (31 millim. 7437); une baisse de la surface de cette quantité (31 millim.) faisant que le cordon soit à cette distance, produira une révolution *complète* du cercle et de son indicateur. Si donc l'on divise la circonférence du cercle extérieur en 500 parties égales, un mouvement de l'indicateur d'une quelconque de ces parties dénotera un mouvement de la surface de  $\frac{1}{500}$ <sup>me</sup> d'un *inch*  $\frac{1}{2}$  (31 millim.), ou de  $\frac{1}{200}$ <sup>me</sup> d'un *inch* (25 millim.). Mais ce mouvement de la surface E correspond au double de cette variation du baromètre, c'est-à-dire qu'elle correspond à une variation barométrique de  $\frac{1}{100}$ <sup>me</sup> d'un *inch* (0 mill., 25). Cette variation peut donc être aperçue à l'aide du baromètre.

Il y a d'ailleurs des causes nombreuses d'erreur induites par le mécanisme de cet appareil, et l'instrument n'est pas d'exactitude qu'un simple baromètre.

La hauteur effective de la colonne KF est influencée par le poids de la balle de fer en E. Mais les variations de la température, dans les usages ordinaires de ce baromètre, n'en sont pas influencées.

Le baromètre à roue est ordinairement connu sous le nom de *baromètre à roue*. Des positions particulières de l'index sont opposées liées à des temps particuliers dont les noms correspondent aux diverses divisions du cercle. Ces indications du temps peuvent se ranger avec les pronostics des almanachs. Il n'est rien dans la position de l'indicateur qui ne rapporte au beau et au mauvais temps; et ce sont seules ces variations qui peuvent les indiquer.

. Le *Syphon*. — C'est un autre instrument d'une extrême simplicité; son application d'ailleurs n'est pas, comme celle du baromètre, bornée à des objets scientifiques, mais s'applique aux usages les plus ordinaires de la vie. A l'aide de cet instrument, un fluide semble monter de lui-même du vase qu'il contient et par-dessus ses bords, puis descendre pour aller dans un autre vase adjacent. Tout ce qu'il faut pour cela,

## CHAPITRE II.

328. *Elasticité de l'air prouvée par expérience.* — 330. *Son élasticité proportionnelle à sa densité.* — 331. *Le condenseur.* — 332. *La jauge.* — 333. *Le fusil à vent.* — 334. *La pompe d'épuisement.* — 337. *La pompe à air, machine pneumatique.* — 338. *Expérience avec la pompe à air.* — 342. *Pompe aspirante.* — 343. *Pompe levante.* — 344. *Pompe foulante.* — 347. *Pompe à feu.*

327. *Elasticité de l'air.* — Les propriétés des fluides dont nous avons parlé jusqu'ici, résultent exclusivement de leur fluidité, et sont, par conséquent, communes à toutes. Les fluides, d'ailleurs, sont de deux espèces; ceux *inélastiques* ou *liquides*, et ceux *élastiques* ou *gaz*. A cette dernière appartient l'air atmosphérique; et quoiqu'il partage, ainsi que nous l'avons dit, toutes les propriétés des autres fluides, que tous les phénomènes qui en résultent leur soient communs, il y a une autre classe de phénomènes résultant de leur élasticité, qui lui sont particuliers et égaux au moins en importance, sinon supérieurs aux premiers.

Tous les phénomènes atmosphériques dont nous nous sommes occupé jusqu'ici, se présentent absolument de la même manière qu'il se présenteraient si l'air qui nous enveloppe était un liquide comme l'eau, au lieu d'être un fluide très-élastique et très-expansif, comme nous le savons. Nous allons examiner maintenant les propriétés qui résultent de son élasticité.

328. Nous pouvons d'abord, par une expérience très-éclatante, nous convaincre de l'élasticité de l'air. ABC (Pl. 231) est un tube recourbé, à l'extrémité C duquel est fixé un robinet. Ce robinet étant ouvert, une petite quantité de mercure EBE', mise dans le tube, s'établit au même niveau EE' dans les deux branches; la pression atmosphérique en E et E' étant la même; et ces parties d'un fluide dans lequel des surfaces égales supportent des pressions égales étant dans le même plan horizontal nécessairement (Pl. 234).



maintenant, que l'on ferme le robinet C. On verra qu'en  
 maintenant, quoique la pression de la colonne atmosphérique  
 contenue dans la partie EC du tube soit supprimée,  
 cependant la résistance de l'air à la tendance vers le  
 la surface E (s'élevant hors de la pression atmos-  
 que sur E') reste sans altération; car E ne change pas.  
 aurait absolument lieu de la même manière, si le  
 contenu dans EC était un liquide comme de l'eau,  
 ou un solide; mais que l'on mette plus de mercure  
 la branche AB du tube, et l'on verra la différence entre  
 les cas. Supposons que le mercure ajouté dans le tube  
 se sa surface en D. La pression sur E se sera accrue du  
 de la colonne DE'. Or si BC eût contenu un liquide,  
 la pression additionnelle, quelque grande qu'elle eût été,  
 ne produit aucun mouvement sur la surface E; le liquide  
 offrant toujours une résistance qui s'accroît d'une quan-  
 tité précisément égale à celle dont s'accroît la pression. Mais  
 maintenant de l'air, ne se trouve plus capable de fournir  
 un accroissement de résistance, dans l'état actuel; il cède  
 instantanément à la pression qui s'est accrue, la surface E  
 se baisse, et le fluide en EC se trouve n'avoir pas acquis un  
 pouvoir de résistance égal à cette nouvelle exigence, tant que  
 le fluide qu'il occupe ne s'est pas considérablement diminué.  
 On a un rapport remarquable entre ce pouvoir accru de  
 résistance et cette diminution de volume qui le fait acqué-  
 rir, c'est que la proportion dans laquelle le volume du fluide  
 diminué est celle précisément dans laquelle le pouvoir de  
 résistance s'est accru. Ainsi quand le volume diminue de  
 moitié, le pouvoir de résistance est doublé; si le fluide se  
 réduit au tiers, son pouvoir de résistance est triplé, et  
 ainsi de suite.  
 Mais, dans notre expérience, si l'on ajoute du mercure  
 dans le tube AB, en accroissant par là la pression sur la  
 surface E, on verra que cette surface monte continuelle-  
 ment, comprimant l'air au-dessus; quand cette compression  
 continuée jusqu'à ce que l'espace EC soit diminué de  
 moitié, ou FC, on trouvera que le mercure se maintient à  
 la même hauteur dans l'autre bras AB, qu'il double la pres-  
 sion sur la surface E. La surface E se maintient aussi en F.  
 Le fluide en FC fournit donc une résistance double de sa  
 première résistance; ou bien son pouvoir de résistance est dou-



donne barométrique, montrant que la pression sur F diminuée d'un tiers, et ainsi de suite.

Il est de là, par conséquent, qu'à mesure que l'on diminue la pression sur une masse d'air, cet air augmente de volume, la diminution de la pression étant exactement proportionnelle à l'accroissement de volume.

La force d'expansion de l'air, qui le fait résister à la pression qui lui est appliquée, avec les conditions que nous venons de formuler, s'appelle son *élasticité*.

En général, l'élasticité d'une portion d'air s'accroît à mesure que son volume est diminué, et réciproque-

La densité de l'air est la quantité d'air contenue dans un espace donné. Or, à mesure que le volume d'une quantité donnée d'air est diminué, la quantité de cet air contenue dans un espace donné, une centimètre cube par exemple, est augmentée. Cette diminution et cet accroissement sont dans un rapport *exact*. Il s'ensuit dès-lors que l'élasticité de l'air s'accroît exactement dans la même proportion que la densité s'accroît, et *vice versa*.

Les propriétés de l'air qui permettent de le comprimer dans un petit espace, ou de le laisser s'épandre dans un espace grand, entrent pour beaucoup dans l'explication d'une variété infinie de phénomènes atmosphériques qui nous sont familiers journallement; elles ont, de plus, suggéré la construction de quelques-uns des instrumens les plus utiles que l'homme ait appliqués aux arts. Nous allons en décrire quelques-uns.

**Le condensateur.**—C'est un instrument destiné à former dans un certain espace, une plus grande quantité d'air que l'air qui contiendrait cet espace sous la pression ordinaire de l'atmosphère.

La fig. 233 présente une coupe de cet instrument. EF est une tige creuse; A une masse solide métallique, circulaire, qui remplit exactement la surface intérieure du cylindre, et qui peut se mouvoir librement.

Un bout du cylindre communique avec le réservoir D, dans lequel on veut comprimer l'air. Sous la petite ouverture C, un tube qui communique avec le réservoir, est fixé, et, à son extrémité, un morceau de soie huilée, s'étendant beaucoup au-delà des bords de l'ouverture. Ce morceau de soie s'appelle

excèdera l'élasticité de l'air en D : la soupape C sera donc pressée inégalement sous et cèdera en s'ouvrant. de manière que l'air du cylindre arrivera par cette voie dans

Pendant que l'air passe ainsi librement du réservoir par l'ouverture C, observez qu'il ne peut échapper par B. La force élastique de l'air du piston, au lieu de soulever l'obstacle qui couvre B, ne fait que tendre la soie contre la surface inférieure du piston et l'obstrue hermétiquement l'ouverture. Il s'ensuit que l'air a achevé sa descente, tout l'air contenu dans le cylindre est forcé de passer dans le réservoir. Quand la soupape C restait ouverte et celle B étant de nouveau diminuée, ainsi qu'elle l'est, l'air, à raison des propriétés que nous lui avons assignées (329), se répandrait de nouveau dans le cylindre, avant, retournant du réservoir dans le cylindre, reviendraient dans l'état où elles se trouvaient quand le piston eût été mis en mouvement. Mais quand la pression sur le piston est un peu plus forte que celle du réservoir ; la pression sur la soupape C est égale, mais celle de dessous, au lieu d'être

e l'atmosphère hors du condensateur. La soupape B c alors pressée *vers le bas* avec plus de force qu'elle ressée *vers le haut*. Elle se détache donc de l'ouverture et l'air du *dehors* s'introduit par là dans le cylindre, et ainsi l'ascension du piston.

Quand le piston a été remonté à son point le plus haut, et le cylindre en dessous a été rempli d'air, l'opération se répète; ainsi des volumes successifs d'air, égaux au contenu du cylindre, peuvent être comprimés dans le réservoir; la densité de cet air comprimé s'y accroît continuellement, et par suite son *élasticité* (art. 330).

*La jauge.* — A B D (fig. 234) est un tube recourbé, avec un robinet en A, et communiquant par la branche A intérieure du réservoir. Une petite quantité de mercure est retenue dans la partie B C F du tube B C D. Le robinet étant ouvert avant la condensation, les surfaces B et F sont au même niveau et le conservent après que le robinet est fermé, aussi long-temps que la densité, et par conséquent l'élasticité de l'air dans le réservoir est la même que celle de l'air extérieur, ou que celle de la branche C D, et la même que celle de l'atmosphère. Mais aussitôt que le réservoir devient plus dense, et par conséquent plus comprimé (art. 330) que celui en F D, l'égalité des pressions sur les deux surfaces B et F se trouve détruite; la surface B monte, jusqu'à ce que l'élasticité *augmentée* de l'air comprimé dans l'espace F D, jointe au poids de cette colonne de la colonne C F qui est au-dessus du niveau de B, la force élastique de l'air en A B, ou dans le réservoir, servant la hauteur à laquelle la surface F arrive ainsi, on peut aisément calculer quelle est l'élasticité de l'air comprimé. Ainsi quand F arrive à une hauteur telle que l'air comprimé au-dessus de lui n'occupe que moitié de l'espace primitif, on voit que son élasticité a été doublée, et elle doit, par conséquent, être devenue égale au poids de la colonne de mercure double de la hauteur du baromètre; et déduisant de cette hauteur la différence entre les hauteurs de B et de F (qui est deux fois l'élévation de la dernière surface, ou la dépression de la première), on voit que cette différence est la hauteur d'une colonne de mercure dont le poids équilibre la pression en B, ou l'élasticité de l'air dans le réservoir.

La j  
aient :

353. a

l'indiqua

donc. Or

sont à la t

condensat

grand volu

culasse du l

volonté avec

ouvre la soupape,

échapper violentement

moyen d'un mouton

introduit de nouveau

ainsi de suite, jusqu'

La force d'impu

le degré de la cu

du réservoir. La

sphérique, qui, sous un

moins de surface possible.

354. Pompe d'égalit

et les pour le condensateur,

vers le haut, sont disposées de manière à fermer vers le bas

et à ouvrir vers le haut, comme on le voit (fig. 253); la ma-

chine, au lieu d'être une pompe à condenser, devient une

pompe à pousser.

Si l'on se comprend de suite. Supposons que le piston

soit au fond du cylindre, et levons-le; l'air en dessous (en

arousion) son élasticité sera diminuée ainsi et rendue

moindre que celle de l'air extérieur. La pression sur la sou-

pape E du dehors sera alors rendue plus grande que celle du

dedans; elle se fermera donc et empêchera l'air d'entrer par

l'ouverture qu'elle recouvre. L'air dans le cylindre étant de

nouveau rendu plus rare que dans le réservoir A, la pression

sur la soupape C de dessous excédera celle de dessus, et la

soupape s'ouvrira; l'air du réservoir passant dans le cylin-

dre et s'y répandant. Quand le piston a achevé de monter, l'air

en A s'est répandu dans tout l'intérieur du cylindre et de

réservoir à la fois. Ainsi, en supposant que le cylindre et le

réservoir soient égaux, l'élasticité et la densité de l'air auront

été de moitié.

ont être graduée de manière que ces résultats  
à la seule inspection.

est à cet. — C'est une machine qui, ainsi que

mon, lance des bulles au moyen de l'air con-

servait un fort réservoir sphérique qui se vider

se du fusil, soit à l'extrémité d'une pompe de

Par l'action de cette pompe, on condense et

d'air dans le réservoir, qu'on fixe ensuite à la

culasse du fusil. Le canon du fusil communique dès-lors

volonté avec le réservoir, au moyen d'une détente qui

ouvre la soupape, et l'air s'échappe avec assez de force pour

échapper violentement

qui s'oppose à sa sortie. A

e, un nouveau projectile et

coup peut être répété, et

et du réservoir,

nement d'autres limites qui

a peut obtenir, et la force

forte du réservoir est cal-

bronné, est contenue avec le

Si les soupapes E et C, de-

et les pour le condensateur, ouvrant vers le bas et fermant

vers le haut, sont disposées de manière à fermer vers le bas

et à ouvrir vers le haut, comme on le voit (fig. 253); la ma-

chine, au lieu d'être une pompe à condenser, devient une

pompe à pousser.

Supposons maintenant que le piston redescende. Aussitôt l'espace en dessous de lui, dans le cylindre, est diminué, l'élasticité de l'air contenu s'y accroît, et y excède celle de l'air du réservoir; la soupape C se trouve donc pressée vers le bas avec une plus grande force qu'elle n'est pressée vers le haut, et par conséquent elle se ferme, tandis que l'air s'y met en expansion ou dans l'état raréfié, auquel il avait été amené à l'instant où le piston était à sa plus grande hauteur. A mesure que le piston continue de descendre, l'air qui se trouve en dessous se comprime de plus en plus, jusqu'à ce qu'il se condense à la même densité et par conséquent avec la même élasticité que l'air extérieur. Quand cela arrive, la soupape E est également pressée du dedans et du dehors; mais, comme la condensation continue, par la descente ultérieure du piston, cette égalité cesse, et la pression de dessous excède celle de dessus; la soupape s'ouvre, l'air s'échappe, et le piston descend librement jusqu'au fond du cylindre; l'opération de l'épuisement peut être répétée par une nouvelle aspiration du piston, et l'on peut ainsi *théoriquement* continuer la raréfaction de l'air dans le réservoir, sans limite. Mais, *en la pratique*, il se trouve une limite opposée à cet épuisement continu, par le poids des soupapes.

35. Il est clair que pour lever chaque soupape, la pression de dessous doit excéder celle de dessus d'une quantité plus grande que le poids de la soupape. Or quand l'épuisement a été poussé très-loin, il *peut* devenir, et il *devient*, dans la pratique, impossible d'amener le piston assez complètement en contact avec le fond du cylindre pour que l'élasticité de l'air en dessous de lui soit, par ce moyen, plus grande que celle de l'air extérieur, ou du moins égale.

Il y a une source semblable d'erreur provenant du poids de la soupape C.

Si donc les soupapes n'avaient *aucun poids* du tout, il n'y aurait pas de limites à l'épuisement, et la limite est d'autant plus reculée que le poids est moindre.

Le grand point à atteindre dans la construction d'une pompe d'épuisement est donc, ainsi qu'on le voit d'après ce qui précède, que les poids des soupapes soient aussi légers que possible, et que, lorsque le piston est à son point le *plus bas*, l'espace qui peut être occupé par l'air en dessous soit le *moindre possible*.

l'ascension de P un vide sera produit dans le cylindre au-dessous; la soupape V étant fermée par la pression de l'air extérieur. Quand P a passé l'ouverture O, l'air du réservoir communique avec ce vide. Il se répand ainsi sur le cylindre B, en plus de l'espace qu'il occupait avant. Le piston P', pendant ce temps, a été forcé de descendre jusqu'au fond du cylindre B', dans lequel il se met. Supposons maintenant que l'on tourne la roue en sens inverse; l'opération d'épuisement alors se fera par le piston P', ainsi qu'elle s'était faite par le piston P; et en continuant à tourner ainsi la roue alternativement en avant et en arrière, l'épuisement continuera jusqu'à ce que tout l'air raréfié, contenu dans chaque cylindre, étant, quand le piston arrive à son fond, condensé dans le petit espace entre le fond du piston, le fond du cylindre et la surface de la soupape, n'ait plus assez d'élasticité pour ouvrir la soupape ou surpasser la pression de l'air extérieur, quoique la tendance de l'élasticité à surmonter cette pression, y soit accrue par le poids de la soupape.

La fig. 238 donne la perspective de la machine pneumatique ainsi construite, et en représente toutes les parties.

HL est la jauge; c'est un simple tube de verre dont l'extrémité supérieure communique avec le réservoir, et dont l'extrémité inférieure plonge dans une cuvette de mercure. Quand l'air est raréfié dans le réservoir, sa force élastique étant diminuée, la partie de la surface du mercure de la cuvette qui est dans le tube, supporte une moindre pression que celle qui est en dehors. L'équilibre est donc détruit (art 256), et le mercure monte dans le tube jusqu'à ce que l'égalité résulte de pression soit rétablie; le poids de la colonne soulevée de mercure et la pression élastique de l'air au-dessus d'elle égalant maintenant la pression de l'air en dehors, c'est-à-dire égalant le poids de la colonne barométrique. Il s'ensuit, dès lors, que si l'on diminue la hauteur de la colonne barométrique de la hauteur du mercure soulevé dans le tube, le reste sera la hauteur de la colonne de mercure qui serait soutenue par l'élasticité de l'air du réservoir.

*Expériences avec la machine pneumatique.* — L'air

existe chacune des choses qui nous environnent

et dont chaque action se passe, sont plus

et par le fait de notre immersion constante

pour nous en assurer, il suffit de retirer



de manière à faciliter et à étendre ses applications à des usages scientifiques.

En premier lieu, l'épuisement peut être rendu plus facile par l'usage de deux cylindres au lieu d'un. D'abord on communique le mouvement au piston, de manière à ce que lorsque l'on applique, le soit avec son plus grand avantage mécanique; et ensuite on peut produire l'épuisement dans un récipient susceptible de se mouvoir, de manière que l'opération soit toute expérience qu'on désire faire dans le vide, facilement introduit par-dessous.

Fig. 237 représente le corps d'une pompe à air qui possède toutes ces propriétés, et qu'on appelle *machine pneumatique*.

B et B' sont deux cylindres dont les sommets sont à l'exception de l'ouverture dans laquelle se meuvent les verges des pistons FE et F'E dans des colliers qui ne peuvent pas passer d'air.

P et P' sont des pistons solides, mobiles dans ces cylindres, auxquels ils sont ajustés très-exactement, de manière à ne laisser passer d'air nulle part. Les verges de ces pistons sont retenues par des crics EF et E'F', qui sont appliqués de chaque côté de la circonférence d'une roue dentée W, mobile sur l'axe d'une manivelle HW. Aux fonds des cylindres sont faites des ouvertures closes par des soupapes V et V' qui s'ouvrent vers le bas. Près de leurs extrémités supérieures, les cylindres communiquent par des orifices O et O', sur leurs côtés, à un système de tube TTT' formant communication avec un réservoir R. Ce réservoir est de verre ordinairement; sa forme est cylindrique, avec une calotte se terminant en entonnoir et qui sert à le manier. Sa partie inférieure est ouverte et forme une espèce de bouche dont les bords sont soigneusement dressés, bien adoucis et dans le même plan. Ce réservoir repose sur une plaque horizontale de bronze SS', dont la surface est également dressée avec le plus grand soin. Les bords du réservoir et la surface de la plaque sont bien dressés et parfaitement unis, de manière à ne faire qu'un même plan d'ajustage, leur contact sera hermétique. L'étendue du contact peut s'accroître en graissant de suif les bords du réservoir.

Après les précautions étant prises, supposons que l'on tourne la manivelle, l'un des pistons P montera et l'autre descendra. Par

par-dessus ; alors , en faisant marcher la machine pour que  
 rer le vide aussi bien en dehors qu'en dedans des deux hémisphères , elles se sépareront d'elles-mêmes.

341. Non-seulement l'air est un fluide pesant , mais c'est  
 un fluide élastique qui tend constamment à s'épandre et à s'échapper , par conséquent , de tout vase qui le renferme. Nous ne nous apercevons ni de cette tendance , ni d'aucun de ses effets , parce que la pression extérieure de l'air sur le vase seau est justement égale à cette tendance élastique de l'air contenu , et la neutralise. Pour s'assurer de ce fait , on n'a qu'à prendre une fiole qui ne contienne que de l'air , et la boucher hermétiquement en bouchant le bouchon par un fil de fer ou autrement , et placer la fiole d'air sous le récipient de la machine ; tant qu'elle se trouve entourée par l'air dans le récipient , la tendance à briser les parois de verre ne s'aperçoit pas ; mais dès que le récipient est évacué , la fiole se brise en morceaux.

Une prodigieuse variété d'expériences d'un grand intérêt peuvent se faire avec la machine pneumatique. On les trouvera dans les *Manuels de Physique et de Chimie* qui font partie de cette collection.

342. *Pompe aspirante.* — La fig. 240 représente la coupe d'une pompe aspirante ordinaire.

ABD est un cylindre appelé le corps de pompe , dans lequel un piston A est mobile à l'aide d'une verge AL qui se lie en dessus avec l'extrémité d'un levier formant la manivelle de la pompe. Dans le piston est une soupape s'ouvrant vers le haut comme dans la pompe d'épuisement , avec laquelle tout l'appareil ressemble beaucoup tant pour la forme que pour le principe. E est une seconde soupape fermant le fond du corps et s'ouvrant vers le haut. Du fond du corps un tube ED , appelé tube d'aspiration , va dans le puits dans le réservoir dont on veut élever l'eau.

Supposons que le corps et le tube ne contiennent que l'air et mettons en mouvement le piston A. Il est évident d'après le principe de la pompe d'épuisement , une partie de l'air , à chaque coup de piston , sera épuisée du tube. L'élasticité de l'air sur cette partie de l'eau du puits qui se trouve dans le tube , deviendra moindre alors qu'en dehors. L'équilibre qui exige que la pression sur le même plan soit

La même, sera donc détruit, et l'eau montera dans le tube jusqu'à ce que son poids et l'accroissement de l'élasticité de l'air au-dessus, réduit maintenant à un moindre état, rétablissent l'égalité de pression dans le même plan, et ce enfin en quelque point P du tube d'aspiration. Un coup de piston produira un nouvel épuisement, et il se rétablira de nouveau l'égalité de pression sur des parties du plan MDN, en dedans et en dehors du tube; il y aura une plus grande élévation de l'eau dans le tube, qu'enfin elle soit amenée au sommet du tube et qu'elle remplisse le corps de pompe.

Après maintenant ici une nouvelle opération de la pompe; au commencement du piston, la soupape E se ferme, et le fluide monte dans le corps au-dessous, occupant une partie de l'espace A E, jusqu'à ce que le piston continuant de descendre, il soit enfin plongé dans le fluide, et ce dernier forcé de passer par la soupape. Il occupe maintenant une partie de l'espace de pompe au-dessus du piston. Par la prochaine ascension du piston, il s'élèvera jusqu'au niveau du tuyau P de décharge; l'espace au-dessous du piston se remplissant continuellement d'eau à mesure qu'il monte, et cette eau passant par la surface supérieure, quand il redescend, pour passer dans le tuyau de décharge, comme avant.

Le vide parfait était formé par l'action du piston au-dessus de la surface de l'eau, dans le tube d'aspiration, elle ne peut s'élever jusqu'à son sommet, et par suite dans le tube si le tube avait plus de 34 fect (10 m. 462) de long. Mais elle est élevée par la pression de l'air sur la surface de l'eau dans le puits, et cette pression, dans nos puits, ne supporte qu'une colonne de mercure de 30 *inches* (76 centim.) de haut; or une telle colonne est égale en poids à celle de 34 fect (10 mètres d'eau).

Malgré le piston et le corps de pompe, quelque bien qu'ils soient construits, ne produisent jamais un vide parfait; et dans une pompe, ne peut guère dès-lors s'élever qu'à une hauteur de 9 m. environ).

Quand on veut l'élever d'une plus grande profondeur, comme dans les mines, on se sert d'une série de pompes; on décharge dans un réservoir où la prend un nouveau tube d'aspiration.

Fig. 241. — AB représente un cy-

Le piston descend, la soupape B se ferme, et l'eau s'élève dans le tuyau C. Lorsque le piston remonte, la soupape B s'ouvre, et l'eau vient au-dessous du piston. Mais que le retour de l'eau est empêché, parce qu'il ferait une nouvelle ascension du piston remonter.

La force nécessaire pour mouvoir le piston est égale au poids d'une colonne d'eau s'élevant à la hauteur où elle se trouve.

344. *Pompe triente.* — Cette pompe combine des pompes d'aspiration et de refoulement. Elle est composée d'un réservoir au-dessus de son principe de la pompe d'épuisement ou de refoulement au-dessous de ce niveau, d'après la pompe levante.

BF est un tube d'aspiration passant dans l'eau doit s'élever. AB est un cylindre vertical avec un piston solide A. Entre ce cylindre et le piston est une soupape B, s'ouvrant vers le bas. Le cylindre passe un tuyau d'embranchement où l'eau doit être forcée de s'élever à un niveau au-dessus du niveau de la pompe C.

dans lequel il est renfermé, une densité et par conséquent une élasticité plus grande que celle de l'air extérieur, la soupape C se lève, une partie de l'air est chassée, et la même ascension produira encore une plus grande raréfaction de l'air, et par suite une plus grande ascension de l'eau dans le tube d'aspiration, jusqu'à ce qu'enfin il trouve à s'élever par la soupape B dans l'espace CDB. Quand une chose de cela a lieu, la *descente* du piston refoule l'eau du cylindre AB dans le tube CD, et chaque nouvelle ascension entraîne plus d'eau dans le cylindre, qui, chaque fois, est refoulé dans le tube CD, à travers la soupape, et qui arrive au niveau où se termine le tube refoulant.

C'est n'est qu'à la *descente* du piston que l'eau monte dans le tube refoulant, et par conséquent son cours est *intermittent*. 5. Il existe une disposition ingénieuse qui rend le cours de l'eau *continu*, quoique ce ne soit pas toujours avec la même force. L'arrangement du tube d'aspiration, du cylindre, du piston, etc., est précisément le même; mais la branche du tube refoulant CK communique immédiatement avec un réservoir fermé hermétiquement, au sommet duquel est inséré un tube où l'eau doit définitivement s'élever, et qui est près du fond du réservoir. L'eau étant forcée, par l'action de la pompe, dans le réservoir, comprime l'air dans l'espace au-dessus de la surface et le rend ainsi plus élastique que l'air extérieur. Dès-lors la pression sur cette partie de la surface intérieure du tube qui est *dans* le tuyau, devient moindre que celle sur une égale portion en *dehors*. L'équilibre est donc détruit (254), et l'eau monte dans le tube. Plus on force d'eau,

plus l'air s'y trouve comprimé, et plus il agit par son élasticité pour élever l'eau dans le tube. Maintenant l'air comprimé dans le réservoir tend à faire *continuellement* expansion, et non pas seulement au moment où une nouvelle compression a lieu par l'entrée de l'eau dans le réservoir; donc l'eau passe *continuellement* dans le tube foulant. C'est sur ce principe qu'est construite la *pompe à feu*, la machine à vapeur.

6. *Pompe à feu*. — Cette machine dont on voit une (fig. 243), se compose de deux pompes foulantes AD, dont les pistons A, B, jouent alternativement par la manivelle du même levier, aux extrémités duquel sont attachées des tiges. Ces pompes foulantes communiquent avec le même

réservoir d'air H, à partir duquel s'élève un tube vertical IK, terminé par un tube flexible de plomb, ou chausse, comme on l'appelle.

Par l'intervention de ce tube, l'eau est forcée dans le réservoir à air par les pompes, et continuellement pressée de là dans le tube par l'élasticité de l'air qui s'y comprime au-dessus, pour être envoyée ensuite partout où l'on veut, à une distance considérable, et au-dessus de son niveau.

La grande objection contre l'usage du réservoir à air, est qu'à raison de la grande force avec laquelle l'air est comprimé au-dessus de l'eau, il s'y *absorbe* par degrés, en sorte que l'air, par degrés, sort du réservoir avec l'eau, et que le réservoir n'est plus remplit d'eau.

347. Une pompe, construite par le docteur Lardner, donne, sans réservoir à air, et par conséquent l'objection que nous venons de rapporter.

Le piston solide A (fig. 244) est dans un cylindre qui communique avec un système de tube, tel qu'on le voit dans la figure. D est le tube d'aspiration, et C le tube foulant. Il y a des soupapes en P, Q, R, S, ouvrant comme l'indique la figure. Supposons le tout rempli d'eau et le piston dans sa descente; en dessous de lui la pression sera diminuée, et en dessus elle sera augmentée; les soupapes en S et en Q se fermeront donc, et les soupapes en P et en R s'ouvriront. La pression atmosphérique fera monter l'eau dans le tube aspirant, et, par la soupape P, dans le cylindre au-dessous du piston; tandis que l'eau au-dessus du piston sera *forcée*, et en même temps, de passer par la soupape R en dessus dans le tube C.

A la descente du piston, les soupapes R et P se fermeront, pendant que celles S et Q s'ouvriront. La tendance du piston à produire un vide au-dessus de lui, fera encore comme avant, monter l'eau dans le tube aspirant, et sa direction ne sera plus à travers la soupape S, mais en dessus du tube DS, suivant SB, puis dans le cylindre au-dessus du piston.

L'eau sous le piston sera chassée vers le bas et le long du canal QR, puis, par suite, dans le tube foulant. Ainsi la pompe, au même instant et à chaque instant, agit comme aspirante et foulante, et l'eau en sort par un jet *continu* toujours de la même force. C'est un très-beau mécanisme

## APPENDICE.

premières propositions de cet appendice contiennent la démonstration mathématique des principes suivans de la statique : — 1. Le parallélogramme des forces. — 2. L'équilibre des momens. — 3. La théorie des forces paral-

Le principe du parallélogramme des forces est celui sur lequel nous avons fait reposer, dans notre ouvrage, toute la théorie de la statique. C'est bien réellement sa base légitime, parce qu'il établit cette relation des forces *inégales* nécessaire à leur équilibre dans le cas le plus simple où l'équilibre de forces inégales est possible, c'est-à-dire celui où les forces agissent sur un point.

Le principe du parallélogramme des forces le démontre *par expérience*. Nous n'avons donc trouvé aucune objection à le poser comme un *premier principe* dans la recherche des conditions générales d'équilibre que nous voulions établir en nous appuyant sur l'expérience.

Le cas est différent quant à la recherche théorique des principes de la science de la statique.

La recherche directe du principe du parallélogramme des forces, d'après les données mathématiques, offre des difficultés, qui, sans doute, eussent rebuté, dès d'abord, le grand nombre des lecteurs à qui cet ouvrage est spécialement destiné, et auxquels d'ailleurs quelques connaissances de principes mathématiques de la statique seraient de la plus importance pour la pratique.

Dans ces circonstances, nous avons jugé convenable de ne commencer les recherches mathématiques de cet appendice par la théorie de la statique, par la démonstration du parallélogramme des forces, mais d'arriver à cette démonstration à l'aide de celle de l'équilibre de trois forces parallèles agissant sur un corps rigide, en un point quelconque, dans un même plan; cas d'équilibre qui, dans l'ordre mathématique, devrait dépendre du parallélogramme des forces.

*Statique industrielle, 1<sup>re</sup> part.*

**PROPOSITION 1.** — *La résultante de deux forces parallèles agissant sur un corps rigide, passe par un point d'entr'elles autour duquel leurs momens sont égaux.*

Soient ( *fig. 243* )  $P$  et  $P'$  deux forces parallèles agissant sur les points  $P$  et  $P'$  d'un corps rigide. La position de la résultante des forces  $P$  et  $P'$ , par rapport à l'une d'elles est évidemment la même, en quelque direction que ces forces soient appliquées, pourvu qu'elles restent à la même distance et qu'elles soient toujours parallèles l'une à l'autre. Supposons-les donc disposées suivant une direction *verticale* : menons une ligne  $MM'$  perpendiculaire à leurs directions et les rencontrant l'une en  $M$  et l'autre en  $M'$ .

Or les forces  $P$  et  $P'$  produisent le même effet que si elles étaient appliquées en  $M$  et  $M'$  ( *art. 3* ) ; supposons-les donc appliquées en ces points.

Quelles que soient les forces  $P$  et  $P'$ , on peut encore prendre deux poids qui leur soient *équivalens*. Prenons ces deux poids et façonnons-les en deux verges *uniformes*,  $AB$  et  $BC$ , de même épaisseur partout exactement, et de telles longueurs qu'étant suspendues en  $M$  et  $M'$  de leurs milieux leurs extrémités adjacentes se rencontrent en  $B$ . Les verges  $AB$  et  $BC$  étant suspendues par leurs *points milieux*, seront évidemment suspendues dans une position *horizontale*, car il n'y a pas de raison pour qu'elles inclinent plus d'un côté que de l'autre. La ligne  $ABC$  est donc une ligne droite horizontale.

Or nous avons vu ( *art. 158* ) que, quelles que soient les conditions d'équilibre d'un système rigide et continu, les mêmes conditions subsistent pour l'équilibre du même système quand sa forme lui permet de varier ; mais alors avec d'autres conditions de plus, provenant de la nature de la variation à laquelle il est soumis, et *réciroquement*.

Il s'ensuit que, quelles que soient les conditions d'équilibre qui existent entre les deux verges  $AB$  et  $BC$ , quand elles sont jointes en  $B$ , de manière à former une verge continue, ces conditions subsistent quand les verges sont séparées.

Or si  $AB$  et  $BC$  forment une verge continue, la résultante de leurs poids passera évidemment au point milieu  $R$  de cette verge, puisque cette verge balancerait sur  $R$ .



point milieu. Il s'ensuit dès-lors, aussi, que lorsque les deux verges sont *séparées*, la résultante de leur poids passe toujours par le point R qui coupe en deux également la ligne AC.

Or si l'on divise le poids de AB par le nombre de unités de longueur, nous aurons le poids de chacune de unités; mais le poids de AB est égal à la force P, donc

$$\frac{P}{AB} = \text{poids de chaque unité de AB; et de même}$$

$$\frac{P'}{BC} = \text{poids de chaque unité de BC.}$$

Les verges étant toutes deux de même épaisseur, chaque unité de l'une a le même poids que chaque unité de l'autre; donc

$$\frac{P}{AB} = \frac{P'}{BC}, \text{ d'où } P \times BC = P' \times AB.$$

Or  $RC = \frac{1}{2} AC$  et  $MM' = \frac{1}{2} AC$ , et par conséquent  $RC = MM'$ .

Otant  $RM'$  de chaque côté, on a

$$MR = M'C = \frac{1}{2} BC;$$

Et de même  $RA = MM'$ ; d'où, supprimant de chaque côté  $RM$  qui est commun, on tire

$$M'R = AM = \frac{1}{2} AB \text{ ou } 2MR = BC, \text{ et } 2M = AB;$$

Et par suite

$$P \times 2MR = P' \times 2M'R;$$

$$\text{d'où } P \times MR = P' \times M'R.$$

C'est-à-dire que le point R par lequel passe la résultante des deux forces P et P', est tel que les moments de ces forces autour de ce point sont égaux (art. 45).

Cette démonstration s'applique à tout cas possible de forces parallèles.

**PROPOSITION 2.** — *La résultante de deux forces dont les directions sont obliques l'une à l'autre, passe par un point d'entre elles autour duquel leurs momens sont égaux.*

Soient P et Q (fig. 246) les deux forces agissant obliquement dans le même plan. Leur résultante R passera par le point S autour duquel leurs momens seront égaux.

Par le point S menons des perpendiculaires SN et SN' sur les directions de P et de Q, et prenons sur le prolongement de la droite SM, SN'' égale à SN. En N' et N'' nous élevons les forces Q' et Q'', en directions opposées, perpendiculaires à SN' et égales l'une à l'autre. Ces forces égales et opposées ne changeront pas les conditions de l'équilibre des forces P et Q, et la direction de leur résultante restera la même. (note de l'art. 35.)

Or les forces P, Q, R, Q', Q'', étant en équilibre, il est évident que la résultante de Q', Q'' et R passe par le point que la résultante de P et de Q'. Mais la résultante de Q, Q'' et R passe évidemment en S. En effet, les forces Q et Q'' sont égales; leur résultante partage en deux parties égales l'angle qu'elles forment entre elles, mais une ligne coupant cet angle en deux parties égales par S; R passe aussi par S; donc la résultante de Q' et R passe par S.

Il suit de ce qui précède que la résultante des forces parallèles Q' et P passe par S; donc, en vertu de la proposition précédente,  $P \times SM = Q' \times SN'$ ;

$$\text{mais } Q' = Q \text{ et } SN' = SN;$$

$$\text{donc } P \times SM = Q \times SN;$$

et par conséquent, les momens des forces P et Q au point S sont égaux.

**PROPOSITION 3.** — *Si dans la direction de la résultante de deux forces, P et Q agissant sur un point R, on prend un point S, et que l'on complète le parallélogramme RS, dont RS est la diagonale, alors PR et QR sont à l'autre dans le même rapport que les forces P et Q. (fig. 247.)*

En effet le triangle SPR égale le triangle SQR,

$$PR \times SM = QR \times SN;$$

mais, d'après la proposition précédente,

$$P \times SM = Q \times SN;$$

et divisant ces équations, il en résulte

$$\frac{PR}{P} = \frac{QR}{Q}; \text{ d'où } \frac{P}{Q} = \frac{PR}{QR};$$

c'est-à-dire que PR et QR sont en raison des forces P et Q.

**PROPOSITION 4.** — *La réciproque a lieu évidemment; c'est-à-dire que si PR et QR (fig. 247) sont prises en raison des forces P et Q, et qu'un parallélogramme PSQR soit achevé, alors la diagonale SR sera dans la direction de la résultante des forces P et Q.*

**PROPOSITION 5.** — *La résultante de P et Q est représentée non-seulement en direction, mais encore en grandeur, par SR. (fig. 248.)*

Achevons, en effet, le parallélogramme SRP'Q dont RQ est la diagonale, et SR un des côtés. Substituons à la force P, supposée agissant dans la direction RP, une autre force P' agissant en P'R. L'équilibre alors subsistera évidemment dans les mêmes circonstances qu'avant.

Ainsi les forces P' et Q, avec leur résultante R agissant dans la direction RS, sont en équilibre. Q par conséquent est la résultante de P' et de R. RQ est la diagonale du parallélogramme SRP'Q; donc, en vertu de la prop. 3, P'R et SR sont proportionnelles à P' et R; ou bien, en d'autres termes, à quelque échelle que P' soit représentée en grandeur par P'R, R sera représentée à cette même échelle par RS. Mais P'R est égale à SQ, c'est-à-dire à PR; elle représente donc P' en grandeur, à la même échelle que RP représente P. Donc à la même échelle où les forces P et Q sont représentées en grandeur par RP et RQ, R est représentée par SR.

**Lemme.** Si d'un point quelconque, des lignes sont tirées aux extrémités des côtés adjacens et aux extrémités de la diagonale d'un parallélogramme, de manière à former trois triangles ayant les côtés adjacens et la diagonale respective-

sur leurs bases (1); le triangle ayant la diagonale sera égal à la somme ou à la différence des triangles, suivant que le point sera dans les angles verticaux formés par les côtés adjacens et prolongés du parallélogramme, ou hors de ces angles.

Soit  $PRQS$  (fig. 249) un parallélogramme, et  $O$  un quelconque que nous supposons d'abord hors des angles compris par  $PR$  et  $QR$ , ou leurs prolongemens. Joignons le point  $O$  aux points  $P$ ,  $Q$  et  $S$ ; alors

Triangle  $OSR$  = triangle  $OPR$  + triangle  $OQR$ .

Joignons  $OR$ , et menons  $ML$  perpendiculaire à  $OR$ , et  $QN$ ,  $SL$  parallèles à  $OR$ ; alors on a

$PR = QS$ ,  $OM = ON$ ,  $OL = OM + ON$ ; d'où

$\frac{1}{2} OL \times OR = \frac{1}{2} OM \times OR + \frac{1}{2} ON \times OR$

et triangle  $OSR$  = triangle  $OPR$  + triangle  $OQR$ .

Si le point  $O$  se trouve sur le prolongement de  $RS$ , on voit que l'un des angles formés par  $RS$  et  $OR$  (fig. 250); en faisant

$PS = RQ$ ,  $ML = ON$ ,  $LO = MO - ON$ ; d'où

$\frac{1}{2} LO \times OR = \frac{1}{2} MO \times OR - \frac{1}{2} NO \times OR$ ; et triangle  $OSR$  = triangle  $OPR$  - triangle  $OQR$  (2).

Par conséquent, en général, le triangle sur la diagonale est égal à la somme ou à la différence des triangles sur les côtés, suivant que le point est en dehors ou en dedans des angles verticaux formés par les côtés prolongés de chaque côté.

Si  $PR$  et  $QR$  sont dans les directions de deux forces agissant toutes deux vers  $R$ , ou à partir de  $R$ , il est évident que, suivant que  $O$  se trouve en dehors ou en dedans des angles  $PRQ$  et  $P'RQ'$ , les deux forces tendent à faire tourner

(1) Ce lemme est vrai pour les triangles ayant pour bases des lignes situées quelque part en  $PR$ ,  $QR$  et  $SR$  prolongées, et respectivement égales à ces lignes.

(2) La même démonstration s'appliquerait au cas dans lequel  $O$  se trouve sur le prolongement de  $RS$ , triangle compris par  $PR$  et  $QR$  prolongés vers  $P'$  et  $Q'$ .

le système dont elles forment partie, dans la même direction, ou en directions opposées, autour de Q.

Appliqué au parallélogramme des forces, ce lemme nous donne la propriété importante qui suit.

**PROPOSITION 6.** — *Deux forces composantes et leur résultante étant représentées en grandeur et en direction par trois lignes, et un point étant pris pour sommet des trois triangles ayant ces trois lignes pour leurs bases; le triangle qui a pour sa base la résultante, sera égal à la somme ou à la différence des triangles ayant pour bases les forces composantes, suivant que ces dernières agissent pour faire tourner le système dans le même sens ou en sens inverse.*

**PROPOSITION 7.** — *L'aire de chacun des triangles ainsi formés (prop. 6) est égale à la moitié du moment de la force qui forme sa base. Il s'ensuit alors que, dans le cas d'équilibre des trois forces, le moment de la résultante autour d'un point quelconque est égal à la somme ou à la différence des moments des composantes.*

**PROPOSITION 8.** — *Le moment de la résultante d'un nombre quelconque de forces agissant dans le même plan, est égal à la somme des moments des composantes; le point autour duquel les moments sont comptés étant où l'on veut; et les moments pris négativement pour les forces qui tendent à faire tourner le système dans un sens opposé à celui qui tendent à le faire tourner les autres.*

Soient  $P, P_1, P_2, P_3$ , etc. (fig. 251), les forces du système, et un point quelconque autour duquel les moments sont comptés. Soient  $R_1$  la résultante de  $P$  et  $P_1$ ,  $R_2$  celle de  $R_1$  et  $P_2$ ,  $R_3$  celle de  $R_2$  et de  $P_3$ ,  $R_4$  celle de  $R_3$  et  $P_4$ ; alors, d'après la proposition précédente :

$$\text{Moment de } R_1 = \text{Mom. } P + \text{Mom. } P_1 \quad (1).$$

$$\text{Mom. } R_2 = \text{Mom. } R_1 + \text{Mom. } P_2.$$

$$\text{Mom. } R_3 = \text{Mom. } R_2 + \text{Mom. } P_3.$$

$$\dots \dots \dots \text{Mom. } R_n = \text{Mom. } R_{n-1} + \text{Mom. } P_n.$$

) On suppose que les moments de toutes les forces qui tendent à faire tourner le système dans une direction opposée, sont pris négativement.

Si les forces sont en équilibre, les  
 aient la somme de leurs moments à  
 chaque est donc zéro.

La démonstration de cette proposition  
 est possible de forces, dans le même  
 en cas des forces parallèles. Mais, la  
 d'axe du point autour duquel les mo-  
 mentaires à toutes les forces.

Ainsi (art. 47, fig. 25) la ligne  $l$   
 aux directions de toutes les forces  $P$   
 que dans le cas des forces parallèles  
 point autour duquel les moments de  
 ligne perpendiculaire à l'une des  $l$   
 obtient alors le moment de chaque  $P$   
 sa distance du point mesuré sur cette

Nous aurons aussi, en vertu de ce  
 la résultante de toutes les forces,  $R$   
 $M$ , prolongée en un point que nous

$$R \times M r = P_1 \times M m_1 +$$

$$P_2 \times M m_2 - P_3 \times M m_3$$

d'où

$$M r = \frac{P_1 \times M m_1 + P_2 \times M m_2 + P_3 \times M m_3}{R}$$

linéaire dans laquelle les moments

D'après la proposition précédente,

$$P \times SM = Q \times SN;$$

Par ces équations, il en résulte

$$\frac{PR}{P} = \frac{QR}{Q}; \text{ d'où } \frac{P}{Q} = \frac{PR}{QR};$$

ce qui montre que PR et QR sont en raison des forces P et Q.

POSITION 4. — La réciproque a lieu évidemment; c'est-à-dire que si PR et QR (fig. 247) sont prises en raison des forces P et Q, et qu'un parallélogramme PSQR soit levé, alors la diagonale SR sera dans la direction résultante des forces P et Q.

POSITION 5. — La résultante de P et Q est représentée non-seulement en direction, mais encore en grandeur, par SR. (fig. 248.)

En effet, le parallélogramme SRP'Q dont RQ est la diagonale, et SR un des côtés. Substituons à la force P posée agissant dans la direction RP, une autre force P' agissant en P'R. L'équilibre alors subsistera évidemment dans les mêmes circonstances qu'avant.

Si les forces P' et Q, avec leur résultante R agissant dans la direction RS, sont en équilibre. Q par conséquent est égale à la résultante de P' et de R. RQ est la diagonale du parallélogramme SRP'Q; donc, en vertu de la prop. 3, P'R et RQ sont proportionnelles à P' et R; ou bien, en d'autres termes, à quelque échelle que P' soit représentée en grandeur par P'R, R sera représentée à cette même échelle par RS. Or R est égale à SQ, c'est-à-dire à PR; elle représente donc P' en grandeur, à la même échelle que RP représente P. Donc à la même échelle où les forces P et Q sont représentées en grandeur par RP et RQ, R est représentée en grandeur par RS.

PROPOSITION 6. Si d'un point quelconque, des lignes sont tirées aux extrémités des côtés adjacents et aux extrémités de la diagonale d'un parallélogramme, de manière à former trois triangles ayant les côtés adjacents et la diagonale respective-

ment pour leurs bases (1); le triangle ayant la diagonale pour sa base, sera égal à la somme ou à la différence des deux autres, suivant que le point sera *dans* les angles verticaux formés par les côtés adjacens et prolongés du parallélogramme, ou *hors* de ces angles.

Soit PRQS (fig. 249) un parallélogramme, et O un point quelconque que nous supposons d'abord hors des angles compris par PR et QR, ou leurs prolongemens. Joignons le point O aux points P, Q et S; alors

Triangle OSR = triangle OPR + triangle OQR.

Joignons OR, et menons OL perpendiculaire à OR, et M, QN, SL parallèles chacune à OR; alors on a

$PR = QS$ ,  $OM = NL$ ,  $OL = OM + ON$ ; d'où  
 $\frac{1}{2} OL \times OR = \frac{1}{2} OM \times OR = \frac{1}{2} ON \times OR$   
 et

triangle OSR = triangle OPR + triangle OQR.

Si le point O se trouvait *dans* l'un des angles formés par le prolongement de RP et de RQ (fig. 250); en faisant même construction, on voit que

$PS = RQ$ ,  $ML = ON$ ,  $LO = MO - ON$ ; d'où  
 $\frac{1}{2} LO \times OR = \frac{1}{2} MO \times OR - \frac{1}{2} NO \times OR$ ; et  
 triangle OSR = triangle OPR - triangle OQR (2).

Par conséquent, en général, le triangle sur la diagonale est égal à la somme ou à la différence des triangles sur les côtés, suivant que le point est en dehors ou en dedans des angles verticaux formés par les côtés prolongés de chaque côté.

Si PR et QR sont dans les directions de deux forces agissant toutes deux vers R, ou à partir de R, il est évident que, suivant que O se trouve en dehors ou en dedans des angles PRQ et P'RQ', les deux forces tendent à faire to-

(1) Ce lemme est vrai pour les triangles ayant pour bases des lignes quelconques partant de P, R, Q, R et S, R prolongées, et respectivement égales à ces lignes.

(2) On s'appliquerait au cas dans lequel O est entre P, R et Q, R prolongées vers P' et Q'.



le système dont elles forment partie, dans la même direction, ou en directions opposées, autour de Q.

Appliqué au parallélogramme des forces, ce lemme nous enlève la propriété importante qui suit.

**PROPOSITION 6.** — Deux forces composantes et leur résultante étant représentées en grandeur et en direction par des lignes, et un point étant pris pour sommet des trois triangles ayant ces trois lignes pour leurs bases; le triangle ainsi formé pour sa base la résultante, sera égal à la somme ou à la différence des triangles ayant pour bases les forces composantes, suivant que ces dernières agissent pour faire tourner le système dans le même sens ou en sens inverse.

**PROPOSITION 7.** — L'aire de chacun des triangles ainsi formés (prop. 6) est égale à la moitié du moment de la force prise pour sa base. Il s'ensuit alors que, dans le cas d'équilibre des trois forces, le moment de la résultante autour d'un point quelconque est égal à la somme ou à la différence des moments des composantes.

**PROPOSITION 8.** — Le moment de la résultante d'un nombre quelconque de forces agissant dans le même plan, est égal à la somme des moments des composantes; le point autour duquel les moments sont comptés étant où l'on veut, et les moments pris négativement pour les forces qui tendent à faire tourner le système dans un sens opposé à celui tendent à le faire tourner les autres.

Soient  $P, P_1, P_2, P_3$ , etc. (fig. 251), les forces du système, O un point quelconque autour duquel les moments sont comptés. Soient  $R_1$  la résultante de  $P$  et  $P_1$ ,  $R_2$  celle de  $R_1$  et  $P_2$ ,  $R_3$  celle de  $R_2$  et de  $P_3$ ,  $R_n$  celle de  $R_{n-1}$  et  $P_n$ ; alors, vertu de la proposition précédente :

$$\text{Moment de } R_1 = \text{Mom. } P + \text{Mom. } P_1 \text{ (1).}$$

$$\text{Mom. } R_2 = \text{Mom. } R_1 + \text{Mom. } P_2.$$

$$\text{Mom. } R_3 = \text{Mom. } R_2 + \text{Mom. } P_3.$$

$$\dots \dots \dots \text{Mom. } R_n = \text{Mom. } R_{n-1} + P_n.$$

(1) On suppose que les moments de toutes les forces qui tendent à faire tourner le système dans une direction opposée, sont pris négativement.

Si, au lieu d'un système composé de corps détachés dans le même plan, on veut déterminer le centre de gravité d'un corps pesant continu, dont toutes les parties sont dans le même plan, on peut opérer de la manière suivante :

Prenons deux lignes  $Ox$  et  $Oy$  perpendiculaires l'une à l'autre (fig. 254), et divisons l'une d'elles  $Ox$  en parties égales  $m_1, m_2, m_3, m_4, m_5, m_6$ . Menons les lignes  $M_1, p_1, m_2, p_2$ , etc., en divisant la figure en autant de parties distinctes éléments  $m_1, p_1, m_2, p_2$ , etc. Alors si les lignes  $M_1, M_2$ , etc. sont très-petites  $m_1, p_1, m_2, p_2$ , etc., peuvent être considérées comme ne différant pas d'un rectangle, d'une manière appréciable ; chacune d'elles pourra être considérée comme ayant son centre de gravité à son centre de hauteur.

Divisons en deux également  $m_1, p_1, m_2, p_2$ , etc., en  $g_1, g_2$ , etc. et considérons ces points comme les centres respectifs de gravité des éléments. On peut donc supposer que les poids des éléments sont rassemblés en ces points.

Or les masses et les poids des éléments sont représentés les produits

$$m_1, m_2 \times P, m_1, m_2, m_3 \times P, m_2, \text{etc.}$$

Si donc les poids sont supposés agir perpendiculairement à  $Ox$ , et que  $G$  soit le centre de gravité, on a

$$ON = \frac{m_1, m_2 \cdot P, m_1 \cdot Om_1 + m_2, m_3 \cdot P, m_2 \cdot Om_2}{m_1, m_2 \cdot P, m_1 + m_2, m_3 \cdot P, m_2 + \dots}$$

ou puisque  $m_1, m_2 = m_2, m_3 = m_3, m_4$ , etc.

$$ON = \frac{P, m_1 \cdot Om_1 + P, m_2 \cdot Om_2 + \dots}{P, m_1 + P, m_2 + \dots}$$

et supposant que les poids des éléments agissent perpendiculairement à  $Oy$ ,

$$ON' = \frac{m_1, m_2 \cdot P, m_1 \cdot On_1 + m_2, m_3 \cdot P, m_2 \cdot On_2}{P, m_1 + P, m_2 + \dots}$$

1, en observant que

$$O n_1 = m_1 g_1 = \frac{1}{2} m_1 p_1$$

$$O n_2 = m_2 g_2 = \frac{1}{2} m_2 p_2$$

que  $m_1, m_2 = m_3, m_4 = \text{etc.}$

$$N' = \frac{\frac{1}{2} p_1 m_1 + \frac{1}{2} p_2 m_2 + \frac{1}{2} p_3 m_3 + \dots}{p_1 m_1 + p_2 m_2 + p_3 m_3 + \dots}$$

cette dernière formule fournit une règle-pratique facile pour trouver le centre de gravité d'une aire de forme quelconque, qu'irrégulière qu'elle soit; et il est facile de se la rappeler. Divisons, comme ci-dessus, les élémens par des lignes distantes, appelées ordonnées, perpendiculaires à un axe arbitraire. Prenons la somme des carrés de ces ordonnées, et divisons-la par leur somme. La moitié du quotient sera la distance du centre de gravité à partir de l'axe.

Si l'on suppose maintenant que les forces agissent perpendiculairement à quelque autre axe perpendiculaire au premier, la distance du centre de gravité, à partir de cet axe, se trouve ainsi se trouver, et sa position effective se déterminer ainsi :

*Sur la direction de la résistance d'une surface. (note sur la fig. 55.)*

Représentons par  $f$  le coefficient du frottement, et soit  $\angle P' = \theta$  (fig. 55); la force  $P M$  ou  $P$  est équivalente à  $Q$  et  $P' M$ .

$$\text{or } Q M = P M \sin. \theta$$

$$P' M = P M \cos. \theta$$

Donc décomposées suivant les directions  $Q M$  et  $P' M$ , les forces de  $P$  sont :  $P \sin. \theta$  et  $P \cos. \theta$ .

Le pouvoir de résistance produit par le frottement est le produit du coefficient de frottement  $f$ , par la force perpendiculaire en  $P' M$ . Il est donc égal à  $f P \cos. \theta$ .

La force tendant à mouvoir le corps est la force suivant la direction industrielle, 1<sup>re</sup> partie.

direction Q M et égale à  $P \sin. \theta$ . Conséquemment le corps se mouvra, ou ne se mouvra pas, suivant que

$$P \sin. \theta \left\{ \begin{array}{l} \text{est} \\ \text{ou n'est pas} \end{array} \right\} > / P \cos \theta ;$$

ou suivant que

$$\text{tang. } \theta \left\{ \begin{array}{l} \text{est} \\ \text{ou n'est pas} \end{array} \right\} > f.$$

Soit F l'angle dont la tangente est  $f$ . Le corps se mouvra donc, ou ne se mouvra pas, si que

$$\text{tang. } \theta \left\{ \begin{array}{l} \text{est} \\ \text{ou n'est pas} \end{array} \right\} > \text{tang. } F ;$$

ou suivant que

$$\theta \left\{ \begin{array}{l} \text{est} \\ \text{ou n'est pas} \end{array} \right\} > F$$

F est appelé l'angle limite de résistance, et par conséquent le corps restera en repos tant que la direction de P ne sera pas inclinée, par rapport à la verticale, sous un angle plus grand que F.

Le fait d'expérience que le frottement est toujours (pour le même corps) la même fraction de la pression perpendiculaire, quoiqu'une grande approximation de la véritable loi de frottement ne peut pas être prise exactement pour former cette loi.

On voit par les expériences de M. Rennie, que le rapport du frottement à la pression perpendiculaire est un peu plus grand pour les hautes que pour les basses pressions. Cette variation de la loi du frottement ne paraît d'ailleurs pas assez considérable pour prendre place dans la discussion de la question, tant que la pression n'excède pas une certaine limite. Coulomb a trouvé que pour les pressions variant de 400 à 1500 kilogrammes, le coefficient de frottement

sur chêne sur chêne variait seulement de  $\frac{1}{2,56}$  à  $\frac{1}{2,40}$

La véritable loi de frottement serait peut-être mieux

primée en considérant le coefficient de frottement, comme une fonction de la pression perpendiculaire, qui, étant développée, a, pour les coefficients de ses termes, après le premier, d'excessivement petites quantités.

*Le Plan incliné.* (NOTE sur l'art. 80.)

Représentons par  $\theta$  l'inclinaison de P Q à la verticale, et soit  $i$  égal à l'élévation du plan, F étant égal à l'angle limite de résistance. Alors quand la masse M est sur le point de glisser en bas, puisque l'angle que fait G c avec la perpendiculaire à A C (art. 80) est égal à l'angle F, et que l'angle que fait GH avec la perpendiculaire à A C est égal à  $i$ ; l'angle *cad* qui est, dans ce cas, la différence de ces angles, est égal à  $i - F$ . De même, quand la masse M est sur le point de glisser vers le haut (fig. 58), l'angle *cad* est égal à  $i + F$ .

Donc, en général,

$$cad = (i \pm F).$$

Le double signe étant, pour les deux cas, où la masse est supposée sur le point soit de *descendre*, soit de *remonter* en glissant;

Or, dans le triangle *abd*,

$$\frac{ab}{ad} = \frac{\sin. adb}{\sin. abd}$$

Et aussi  $adb = cad = (i \pm F)$   $abd = \pi - cab = \pi - (i \pm F \times \theta)$ ; et comme *ab* et *ad* (art. 80) représentent les poids de M et de N,

$$\frac{N}{M} = \frac{\sin. (i \pm F)}{\sin. (i \pm F + \theta)}$$

$$N = M. \frac{\sin. (i \pm F)}{\sin. (i \pm F + \theta)}$$

Et aussi

$$\frac{db}{ad} = \frac{\sin. \theta}{\sin. (i \pm F + \theta)}$$

Et en  
poids  $M$

et  $\alpha$  représentent la résistance  $S$  et  $P$

$$S = \frac{M \sin. \theta}{\sin. (\theta \pm F + \phi)}$$

Si l'  
que la  
il est  
( $\theta \pm$ )  
termes, q

que la force  $N$  agisse dans une telle direction  
force possible puisse faire mouvoir le corps  
on doit prendre  $\theta$  de manière que  
soit le plus grand possible; ou, en d'autres  
soit,

$$\theta = \frac{\pi}{2} - F$$

Les deux états où  $M$  se sur le point de glisser vers  
le haut, ou vers le bas, et les deux états voisins de  
mouvement.

Si l'on suppose que la direction de la résistance soit per-  
pendiculaire à la surface du plan, comme dans le cas de l'ar-  
sieu de roue (art. 85), il faut alors, dans les expressions pour  
 $N$  et  $S$ , faire  $F = 0$ , et l'on aura

$$N = \frac{M \sin. \phi}{\sin. (\theta + \phi)}$$

$$S = \frac{M \sin. \theta}{\sin. (\theta + \phi)}$$

Si la force  $N$  agit dans une direction parallèle au plan

$$\theta = \frac{\pi}{2} - \phi \text{ et } \theta + \phi = \frac{\pi}{2};$$

D'où

$$N = M \sin. \phi \text{ et } S = M \sin. \theta$$

*Le Coin.*

monstration suivante de la théorie du coin sera mieux comprise que celle du texte (art. 87 et 89). Il servira d'ailleurs d'exemple et de vérification du *de moindre pression*.

(fig. 255) la force agissant sur le dos du coin, et résistances sur ses côtés. Par le principe de moindre pression,  $Q$  et  $Q'$  doivent être le moins possible sujettes à la condition que leur résultante soit  $P$ . Il est évident que pour satisfaire à cette condition, ces forces doivent avoir une direction *parallèle* à la direction de  $P$ , ou du moins aussi *proche que possible*, par rapport à cette direction.

Si les surfaces en contact en  $Q$  et  $Q'$  sont telles qu'elles offrent des résistances à ces points *parallèlement* à  $P$ ; le système sera un système de forces parallèles, et  $Q$  et  $Q'$  seront situés semblablement par rapport à  $P$ , chacun supportant moitié de la force  $P$ . Mais si, à cause de la nature des surfaces en contact en  $Q$  et  $Q'$ , elles sont capables de faire résistance en directions parallèles à  $P$ , alors les directions de  $Q$  et de  $Q'$  seront celles que les surfaces donneront le *plus près* de la direction  $PA$ .

Comme on l'a vu (art. 72), il y a une certaine direction qu'entraine la perpendiculaire à la surface à chaque point; si l'on applique une force quelconque, les surfaces offriront une résistance opposée à cette force; mais si la force est appliquée plus loin de la perpendiculaire que cette direction, alors il n'y a plus de résistance égale apportée par les surfaces dans une direction opposée. L'angle que cette direction fait avec la perpendiculaire est appelé *l'angle limite de résistance*. Les résistances  $Q$  et  $Q'$  auront évidemment des directions inclinées à  $PA$ , sous les *moindres angles*, quand elles sont effectivement dans les directions limites, et font, chacune avec la perpendiculaire à son point d'application, un angle égal à l'angle limite de résistance. On voit alors, par le principe de moindre pression, les directions actuelles de pression en  $Q$  et  $Q'$ .

Il nous reste maintenant à déterminer quelles sont les conditions d'équi-

Si l'on suppose que les deux forces  $Q$  et  $Q'$  agissent à distances de l'axe comme dans la poulie,

$$Q - Q' = \frac{\mp 2 Q' r \sin. F}{(a \pm r \sin. F)}$$

Dans ce qui précède nous avons supposé que les deux tendant à faire tourner le système autour d'un axe re toujours *parallèles* l'une à l'autre, et à distances per culaires  $a$  et  $a'$  de l'axe. Si les forces ne restaient pas lèles, comme dans le cas du *vindas*, du *cabestan*, etc les formules que nous venons de donner ne seraient applicables.

Dans le cas du *vindas* et du *cabestan*, l'effet des  $P$  et  $Q$  (*fig. 98*) est le même que si elles agissaient sur conférences de deux cercles concentriques  $AP$  et  $BQ$  le centre commun est celui de l'axe  $C$  (*fig. 256*). Si l on pose qu'il n'y a pas de frottement, la résultante de  $P$  et  $Q$  passera par  $C$ .  $CP$  et  $CQ$  étant en rapport des forces  $P$  et  $Q$ ,  $CQ$  représentera  $P$  à la même échelle que  $CP$  représente  $Q$ ; et ces lignes sont inclinées à l'autre précisément comme elles l'eussent été, si elles étaient perpendiculaires aux directions des forces qu'elles représentent *respectivement*; c'est-à-dire que si  $CQ$  était perpendiculaire à  $P$  et  $CP$  à  $Q$ . Il s'ensuit (note de l'art. 1) que la résultante de  $P$  et de  $Q$  est représentée en grandeur par  $PQ$ . Pour déterminer la direction de la résultante de  $Q$ , on n'a qu'à prolonger leurs directions jusqu'à ce qu'elles se rencontrent et à joindre  $CR$ . La résultante agit par ces deux points  $C$  et  $B$ , et conséquemment la droite  $CR$ .

Il est évident que la direction et la grandeur de la résultante varient suivant les positions relatives de  $P$  et  $Q$ . Elle est *la plus grande* quand  $PC$  et  $QC$  sont dans la même ligne droite, étant alors égale à leur somme et plus grande que toutes les deux. Elle est *la plus petite* quand  $P$  et  $Q$  sont dans la même ligne  $QR$  et coïncide avec  $P'$ . Dans ce cas elle est représentée en grandeur par  $P'Q$  et égale à  $\sqrt{Q^2 - P^2}$ .

Si l'on prend en compte le frottement de l'axe, il est évident qu'il ne peut s'ensuivre de mouvement, à moins que la résultante  $R$  de  $P$  et de  $Q$  ne coupe la circonférence



point  $r$ , tel que l'angle qu'elle fait avec  $Cr$  excède l'angle de résistance.

*Conditions de l'équilibre de roues dentées, en tenant compte du frottement des dents. (NOTE sur l'art. 124.)*

Soient  $t$  la longueur des dents sur chaque roue, et  $a, a'$ , les rayons des roues.

Designons les points  $C$  et  $C'$  avec  $Q$ . Quand le mouvement est à s'ensuire — la roue dont le centre est en  $C$  montrant l'autre — l'angle que  $QM'$  fait avec la perpendiculaire  $Q$  est égal à l'angle limite de résistance  $F$ . Mais cet angle est égal aussi à l'angle  $QC'M'$ . Par conséquent, le mouvement est sur le point d'avoir lieu, dans ces circonstances,

$$C'M' = (a' + t) \cos. F.$$

Les roues étant supposées en contact à leurs extrémités, les longueurs des lignes  $CQ$  et  $C'Q$  sont respectivement

$$a + t \text{ et } a' + t;$$

$$CC' = a + a' + t.$$

Connaissant les trois côtés  $CQ, C'Q$ , et  $CC'$  du triangle  $C'QC$ , on peut trouver son angle  $CC'Q$ . Supposons-le trouvé et égal à  $G$ ; l'angle

$$CC'M' = F - G$$

$$CM + C'M' = CC' \cos. CC'M'$$

$$= (a + a' + t) \cos. (F - G);$$

$$CM = (a + a' + t) \cos. (F - G) - (a' + t) \cos. F;$$

$$\text{Si, (art. 124), } C'A' = b' \text{ } CA = b.$$

$$P = \frac{b' (a + a' + t) \cos. (F - G) - (a' + t) \cos. F W.}{b (a' + t) \cos. F.}$$

Cette formule donne le vrai rapport entre  $P$  et  $W$  dans les roues dentées, le frottement des roues étant pris en compte et celui sur les axes négligé. On peut la mettre sous la forme

$$P = \frac{b'}{b} \left\{ \left( 1 + \frac{a}{a' + t} \right) \frac{\cos. (F - G)}{\cos. F} - 1 \right\} W.$$

$$= \frac{b'}{b} \left\{ \left( 1 + \frac{a}{a' + t} \right) (\cos. G + \tan. F \sin. G - 1) \right\} W.$$

Maintenant si les dents sont petites, comparées aux rayons des roues,  $G$  est excessivement petit, et  $\cos. G$  peut être pris  $= 1$ . D'où l'on tire, en réduisant

$$P = \frac{b}{b(a' + t)} \left\{ a + (a + a' + t) \sin. G \tan. F \right\} W.$$

La Vis. (NOTE sur l'art. 132.)

On a vu dans une partie précédente de cet appendice, que les conditions de l'équilibre dans le coin, ou plan incliné mobile, sont

$$q = \frac{Q}{\sin. (F + i)}$$

Dans lesquelles  $i$  est l'inclinaison du plan,  $q$  la résistance, et  $Q$  la force appliquée au dos du plan parallèle à sa base.

Or, dans la vis,  $Q$  (fig. 118) est fournie par l'action de la force  $P$  à l'extrémité d'un levier  $PL$ .

Soit  $PL = a$ ,  $LN = B$

$P. a = Q. b.$

$$q = \frac{Pa}{b \sin. (F + i)}$$

NOTE sur l'art. 181

Les conditions de l'équilibre d'un système de corps en contact ont été complètement discutées dans un mémoire de l'auteur (*Camb. phil. soc.* octobre 1835), d'après les principes établis chap. XV; ainsi que ceux de la théorie de l'arche qui en dépendent et qui ont été publiés pour la première fois dans ce mémoire.

La théorie de l'arche présente un autre exemple du principe de moindre pression. Les pressions sur les surfaces des pieds droits et de la pierre de clef doivent, d'après ce principe, être chacune un minimum, sujet à cette condition, qu'il suffise pour supporter la demi-arche, si elle était formée d'un solide continu, et que la clef fût *horizontale*. Or le poids de la demi-arche étant donné, à mesure que la pression sur la clef diminue, celle sur le pied droit diminue aussi. La pression sur la clef tendant à supporter chaque demi-arche, résulte de la tendance de la demi-arche opposée à se mouvoir, et se trouve justement égale à cette tendance. Elle est donc égale à la moindre force que supporterait la demi-arche;

bien, c'est un minimum sujet aux conditions, et par conséquent la pression sur le pied-droit est un minimum au

NOTE sur l'art. 271.

Supposons toute la surface divisée en petites par représentées par  $P_1, P_2, P_3$ , etc., et leurs profondeurs  $P_1 p_1, P_2 p_2, \dots$  alors la somme des produits de ces for par leurs profondeurs sera

$$P_1 p_1 + P_2 p_2 + P_3 p_3 + \dots$$

et appelant  $Gg$  la profondeur du centre de gravité, le p duit de cette profondeur par toute la surface sera

$$Gg \cdot P_1 + P_2 + P_3 + \dots$$

Mais, par la *prop.* 10 de cet appendice,

$Gg \cdot P_1 + P_2 + P_3 + \dots = P_1 p_1 + P_2 p_2 + P_3 p_3 + \dots$ ,  
qui est le principe du texte.

NOTE sur l'art. 296.

Soient  $PQ$  et  $P'Q'$  les positions du plan de flottais  $PLQ$  et  $P'LQ'$  étant les parties immergées correspond tes à ces positions.

Soit (*fig.* 257)  $g$  le centre de gravité de  $PLQ$ , et  $g'$  c de  $P'LQ'$ . Soit encore  $m$  le centre de gravité de  $PaP'$   $m'$  celui de  $QaQ'$ . Joignons  $mm'$ , et par  $g$  menons  $gh$  rallèle à  $mm'$ . Mom. de  $P'LQ'$  autour de  $gh = M QaQ' + \text{mom. } QLP - \text{mom. } PaP'$ . Or mom. de  $Q = 0$ , puisque  $g$  est dans cette ligne, et

$$\text{Mom. } P'LQ' = \text{mom. } QaQ' - \text{mom. } PaP'.$$

Les centres de gravité  $m$  et  $m'$  de  $PaP'$  et  $QaQ'$  sont équidistans de  $gh$ , et les volumes  $PaP'$  et  $QaQ'$  sont ég aussi l'un à l'autre, puisque  $PLQ$  est égale à  $P'LQ'$  s'ensuit dès-lors que les momens de ces volumes sont éga et par conséquent que le moment de  $P'LQ'$  autour de  $gh$  égal à zéro. Le centre de gravité  $g'$  de  $P'LQ'$  est donc en

Or que l'angle fait par  $PQ$  et  $P'Q'$  vienne à dimin indéfiniment, les points  $g$   $Vg'$  se rapprocheront indéf ment l'un de l'autre, et le p'an dans lequel ils sont étant rallèle à  $mm'$ , sera enfin parallèle au plan  $PQ$  ou  $P'$  Mais ces plans sont horizontaux; le p'an dans lequ trouvent  $g$  et  $g'$  est donc, dans sa dernière position, un horizontal. Ce plan est évidemment un plan tangent à la face dont parle le texte.

### TABLE

### Articles.

- 307 — Aëromètre de Parcieux.  
 327 — Air.  
 328 — Son élasticité expérimentée.  
 330 — Son élasticité proportionnelle à sa  
 179 — Arche de bois.  
 184 — — de pierre; sa théorie.  
 186 — — sa ligne de pressi  
 189 — — ses points de rup  
 192 — — son établissement  
 191 — — sa chute.  
 195 — — son histoire.  
 311 — Atmosphère.  
 312 — — pourquoi l'on ne s'  
 sa pression.  
 314 — — ascension des corp  
 phère.  
 321 — — valeur de sa pressi  
 humain.  
 296 — Analogie entre les conditions de l  
 corps flottant et celles d'un corp  
 un plan uni.  
 174 — Assemblage de charpente.  
 109 — Axe d'un levier.  
 211 — Axe neutre d'un fléau.  
 103 — Balance.  
 104 — — employée à la déterminatio  
 de capacité.  
 102 — Balance danoise.  
 103 — — à levier courbé.  
 303 — — hydrostatique.  
 103 — — ordinaire; sa théorie math

	<i>Pages.</i>
Baromètre.	260
— sa variation.	264
— diagonal.	267
— à roue.	268
Cabestan.	86
Chainette.	115
Centre de gravité.	45
— sa détermination.	44
— exemples.	45
Chaussées.	196
Chaussées et culées. — Leur meilleure forme.	<i>Idem</i>
Composition des forces.	158
Combinaison de poulies.	109
Compression ou extension directe.	143
— — oblique.	146
Composition et décomposition de la pression fluide.	181
— — d'un fluide pesant.	201
Coin.	62
— Son angle ne doit pas excéder l'angle limite de résistance.	63
— Circonstances dans lesquelles il ne peut ressortir.	<i>Idem</i>
— Exemples de son usage.	64
Condensateur.	275
Contact. — Equilibre des corps solides en contact.	123
Corde. — Sa flexibilité.	101
— sa tension.	102
— son frottement.	105
Cric.	93
Décomposition des forces.	27
— de pression fluide.	181
— d'un fluide pesant.	201
Définition de la force.	21
— d'un fluide.	174
Densité proportionnelle à l'élasticité.	275
Direction de force.	21
— la meilleure pour soutenir une masse sur un plan incliné.	59
Dômes.	131





- De la presse Stanhope.
- de pression.
- de forces.
- d'élasticité.
- Module d'élasticité.
- Moulin de Barker.
- avement des fusées.
- affe espagnol.
- holson. — son hydromètre.
- allélogramme des forces.
- — — — — exemples.
- 47 — Parallélisme des forces. — leur équilibre.
- 297 — Pesanteur spécifique. — Son unité.
- 301 — — — Règle pour la trou
- 302 — — — Appliquée aux soli
- 306 — — — Appliquée aux liqui
- 310 — — — Table.
- 100 — Peson. — Romaine.
- 101 — — — ordinaire.
- 107 — Peson. — Machine bascule.
- 79 — Plan incliné.
- 86 — — — mobile.
- 201 — Plomb. — Son élasticité.
- 311 — Pneumatique.
- 33 — Polygone des forces.
- 34 — — — — — exemples.
- 162 — — — suspendu de verges.
- 169 — — — — — debout.
- 283 — Poids. — Du corps flottant, égal à celui d
- — — — — fluide qu'il déplace.
- 108 — Point d'appui d'un levier.
- 96 — — — sa réaction.
- 189 — Points de rupture de l'arche.
- 337 — Pompe à air.
- 338 — — — Expérience.
- 342 — — — Aspirante.
- 343 — — — Levante.
- 344 — — — Foulante.
- 346 — — — A feu.
- 177 — Ponts de bois.

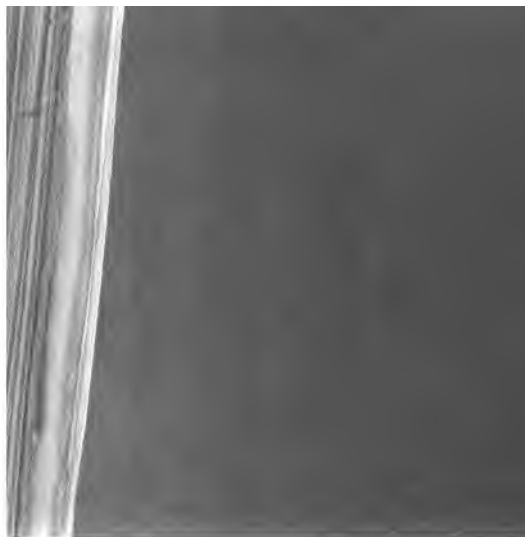


	<i>Pages</i>
- de pierre.	123
ulie.	104
- une seule fixe.	105
- une seule mobile.	106
- 1 <sup>er</sup> système de poulies.	107
- 2 <sup>e</sup> système de poulies.	109
- Sméaton.	111
- de White.	112
esse hydrostatique.	178
ession. — Ligne de.	126
— Centre de.	196
— Valeur totale de la pression d'un	
uide sur une surface.	197
ession. — Composition et décomposition	
de la pression d'un fluide.	201
— Horizontales d'un fluide sur un corps	
pesant immergé; se détruisent l'une par	
l'autre.	202
— leur valeur.	203
— atmosphérique.	248
— sur le corps humain.	266
incipe des vitesses virtuelles.	160
— de moindre résistance.	172
isme flottant. — Son équilibre.	216
ramide flottante. — Son équilibre.	217
éaction d'un point d'appui.	69
envoi de mouvement.	95
représentation des forces par des lignes.	23
résistance d'une surface.	52
— angle limite de	<i>Idem</i>
— théorie de résistance statique.	168
omaine. — Balance.	72
ockets. — Fusées. — Leurs mouvemens.	209
oue de voiture.	60
— et essieu.	84
— de tour marche-pieds.	87
— de tour avec chevaux.	<i>Idem</i>
— dentée.	89
— Baromètre à roue.	268
apture. — Points de	128

- 154 — Sergent.  
 242 — Seringue. — Pompe aspirante.  
 306 — Sikes. — Son hydromètre.  
 325 — Syphon.  
 156 — Sméaton. — Sa poulie.  
 181 — Solides en contact ; conditions de leur équilibre.  
 297 — Spécifique. — Pesanteur.  
 500 — — — des solides.  
 304 — — — des fluides.  
 310 — — — Table de.  
 215 — Stabilité. — De l'équilibre des corps pesans sur un plan, ou base courbe.  
 218 — — Des solides à surfaces planes.  
 219 — — — à surfaces courbes.  
 292 — — des corps flottans.  
 150 — Stanhope. — Levier de presse.  
 235 — Statique. — Résistance ; difficulté de déterminer sa valeur par expérience.  
 204 — Structure. — Altération permanente de  
 342 — Succion. — Pompe aspirante.  
 211 — Surface neutre.  
 219 — — courbe. — Stabilité du corps y restant.  
 221 — — non en repos.  
 158 — Système. — Equilibre, s'il est rigide.  
 158 — — — s'il est variable.  
 122 — — de roues dentées.  
 316 — Toricelli. — Sa découverte du baromètre.  
 8 et 9 — Unite de force.  
 519 — Variation du baromètre.  
 116 — Vindas.  
 152 — Vis. — Sa théorie.  
 154 — — de rappel.  
 157 — — de Hunter.  
 158 — — sans fin.  
 140 — — conique.  
 226 — Vitesses virtuelles.  
 195 — Voûte en arc de cloître.

FIN.

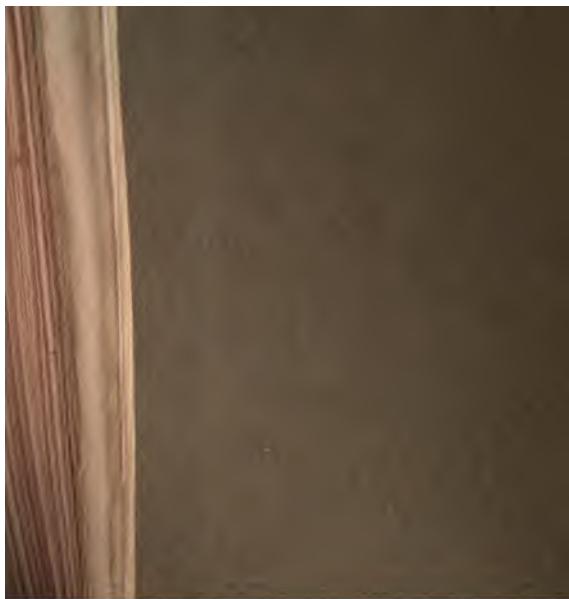














SEP 7 2 1934

